

## BRÓDY ANDRÁS

### A ciklus oka és hatása

---

A ciklus matematikailag leírható, ez menetének előrejelzését is lehetővé teszi. Az ingadozás kára mégis nehezen számítható ki, csak a termelés lehetőségeinek hiányos kihasználása állapítható meg. A jelenség mélyebb kiváltó okát és valódi következményeit gazdaságtörténeti érvelés és leírás tárja fel. Magyarországon a ciklusok az elmúlt másfél évszázad folyamán kegyetlen veszteségeket okoztak.\*  
Journal of Economic Literature (JEL) kód: E32 N14.

---

A ciklust az emberi vagy dologi tőke kiegyensúlyozatlan kormegoszlása hozza létre. A bekövetkezett egyenlenség végleges, a létrejött megoszlás már rögzült, és nem igazítható helyre, az ismétlődő ciklus pedig új egyenlőség forrása. A beruházások és a demográfia adatai mindig is ingadozóak. Múltbeli menetük formálja további járásukat. Ennek áttekintése érdekében van szükség a pontos statisztikára, a hosszú és lehetőleg egyöntetű idősorok gondos vezetésére.

A második világháború utáni gyermekszületési hullámból következtetni kellett volna az ötvenes évek lakáshiányára, a szolgáltatás és ellátás fokozódó zavarára, sőt az ezredforduló utáni egészségügyi és nyugdíjproblémákra is. A hullám feszültsége akkor a két műszakban üzemelő iskolák és a társbérleti viszonyok romlásának okává vált. Ma a betegeskedni kezdő, majd nyugdíjba térő „nagy generáció” szokatlan súlya fokozza a reformok nehézségeit. Adott év baja régi ráncokra utal, és új gyűrődés forrása.

Demográfiai hullámok követése az adatokon kívül csak grafikonokat és némi számolást igényel. A ma első osztályba kerülő gyermek hat éve született. Van idő felkészülni rá. Osztályok és iskolák ingadozó létszámára, összevonására vagy szaporításának szükségére idejekorán fel kell figyelni.<sup>1</sup> A sokféle dologi tőke koreloszlása az összefüggések bonyolultsága miatt viszont modelleket kíván. Ezek értelmezését Neumann, Leontief és Goodwin elméletei segítik (Neumann [1963], Leontief [1951], [1953], Goodwin [1953], [1967], [1983]). Neumann felel arra, hogy milyen termelési eljárásokat alkalmaz, vagy vet el a gazdaság, milyen jószágnak van, vagy nincs ára. Leontief a tényleges és várható forgalmat, a kölcsönös kapcsolatokat rendezi. Goodwin végül arra válaszol, hogy az ellentétes érdekek hatására miért és miként ingadozik a termelés menete szüntelenül, miért és hogyan válik egyenlőtlené a felhalmozás menete a felhalmozás duálisan szimmetrikus és a piac ferdén szimmetrikus összefüggései miatt. Ez a ferde szimmetria az áremelkedés serkentő és a túltermelés fékező hatásának következménye.

---

\* A dolgozat megírását Ábel István (Washington) és Kiss Judit (Genf) tanácsai segítették. Névtelen lektorom is hasznos kiegészítéseket javasolt.

<sup>1</sup> Ez sem egyszerű azonban, mert egy adott képzési ág vagy iskola létszáma ettől függetlenül is ingadozik. Modellezésnek, piackutatásnak az oktatásügyben is nagy tere lenne.

Neumann és Leontief elméleteit 40–60 éves késéssel ugyan, de ma már elfogadja a gazdaságtan. Goodwintól még idegenkedik. Az állandó egyensúlyt vagy gyors helyreállításának lehetőségét, a gazdaságtan e szent, de téves dogmáját Goodwin reális szemlélete kétségbe vonja. Kis adatmódosulások a pálya nagyobb változásaihoz is vezethetnek.<sup>2</sup> De ez nem hiba, sőt éppenséggel erény, mert a gazdasági élet így működik. A gazdaság tényleges hullámozását tükröző modell nem működhet másként, mint az időjárás előrejelzésének elméletei és modelljei.

A különböző ciklusok hatása, súlya, ereje eltérő. Ezt tudjuk és érezzük, de a kérdés szabatos kezelésére sem megfelelő fogalom, sem számításmód nincs. Erről szólna e dolgozat, ezredfordulói és régebbi adatokkal. A beszámoló három részből áll. Az első rész matematikai transzformációkkal, a számítás ebből eredő lehetőségeivel és értelmezésével foglalkozik. A második rész a 2000. évi input-output táblázat adataiból felismert két fő ciklust írja le, egybevetve ezeket a GDP idősorában tapasztalt hullámokkal. A harmadik rész az elméleti eredmények és a gyakorlati tapasztalatok összefoglalása.

### A hullámmátrix

A ciklusmodellt Leontief elméletéből vezette le Goodwin. Csak azt feltételezte, hogy a mindenkorai többlet felhalmozásra kerül, és az árak az elégtelen vagy épp fölös termelés miatt változnak:

$$S'z' = Kz. \quad (1)$$

Itt  $S$  a tőkét és vagyont elszámoló mátrix. Ez mindig szimmetrikus. Főátlója dominál, de mátrixa pozitív szemidefinit, az egyensúlyhoz tartozó sajátérték nulla. A  $K$  mátrix az újratermelés menetét és többletét veszi számba. Ez a pénz és a mennyiség keresztszabályozása miatt, amit már Smith és Ricardo leírt, mindig ferdén szimmetrikus.<sup>3</sup> Az ilyen egyenletnek az egyensúlyi növekedés mellett csak ciklikus megoldásai vannak. Sajátértékei a nullán kívül tisztán képzetesek. Az egyensúlyi sajátérték a  $K$  mátrixban is nulla. Végül a  $z$  vektor a fundamentális változók, vagyis az árak és a termelés mértéke,  $z'$  pedig ennek idő szerinti differenciálhányadosa. A kitüntetett egyensúlyi arányokat  $z^*$  fogja jelölni, de már itt megjegyezzük, hogy a tényleges  $z$  vektor általában az egyensúly környezetében van, attól csak néhány százaléknyira tér el.

Az (1) mozgásegyenletet az  $S$  mátrix inverze oldja meg. De a mátrix szinguláris, ugyanis van nulla sajátértéke. Ekkor az Egerváry–Moore–Penrose-féle álinverz használható, vagy pedig a mátrixhoz hozzáadjuk az egyensúlyi  $z^*$  vektorból képzett  $z^*z^{*T}$  diádot. (T transzpozíciót jelöl, az oszlopvektor sorvektorra való változtatását.) Az így regulárisá lett  $S + z^*z^{*T}$  inverze egyértelmű. A  $K$  mátrix azután – mivel  $z^*$  itt is a nulla sajátértékhez tartozik – kiküszöböli a diád hatását. Az eredmény mindkét eljárás esetében azonos. Szimmetrikus és ferdén szimmetrikus mátrixok kapcsolata mindig ciklusokat kelt.

Az (1) egyenlethez hasonló formát használ a természettudomány is. A forma ott is az egyensúly körüli mozgást írja le, és kielégíti a legkisebb fizikai hatás elvét. Hasonló általános elvet a gazdaság tekintetében is megfogalmazhatunk: a legkisebb gazdasági veszteség elvét. A többlet takarékosan gyűlik fel, mind árát, mind pedig állagát tekintve. De ez nem oksági, hanem célszerűségi megfontolás, nem kauzális, hanem teleológikus

<sup>2</sup> Az ellenvetés ugyan Neumann modelljére is érvényes volna, de nem merült fel.

<sup>3</sup> Ez az oka a szimmetrikus és ferdén szimmetrikus mátrixok megjelenésének. A ciklus minden modellje ilyen vagy ilyen alakra transzformálható, ezért ebből a formából indulunk ki. A mátrixok kitöltése modelenként változik. Ilyenkor csak a minőségi sajátosságokból következtetünk a mozgás jellegzetességeire.

érvelés. A megfelelő skaláris formában felírva, a fenti egyenletből a felhalmozás és a többlet eltérésének kifejezésére az  $f(\mathbf{z}, \mathbf{z}')$  bilineáris formát alkotjuk meg. E forma integráljának minimuma dönti el, hogy a versenybe bocsátható függvények közül melyik az optimális. Ilyen függvényeket keresett annak idején Euler és Lagrange is a mechanikai mozgás leírására. A mechanikában ilyen forma a „potenciális és kinetikus energia” különbsége. Ehhez hasonlóan legyen itt

$$f(\mathbf{z}, \mathbf{z}') = \mathbf{z}^T \mathbf{S} \mathbf{z}' - \mathbf{z}^T \mathbf{K} \mathbf{z}, \quad (2)$$

ahol a T felső index a vektor transzpozícióját jelöli. Erre a bilineáris függvényre kell most bizonyítani azt, hogy megfelel a

$$\partial f / \partial \mathbf{z} = d(\partial f / \partial \mathbf{z}') / dt \quad (3)$$

Euler–Lagrange-feltételnek. Ez azt követeli, hogy az  $f$  függvény  $\mathbf{z}$  szerint parciális deriváltja egyezzen meg a  $\mathbf{z}'$  szerinti parciális derivált idő szerinti differenciálhányadosával.

A (2) függvényt  $\mathbf{z}$  szerint deriválva az első két tag  $\mathbf{S} \mathbf{z}' - \mathbf{K} \mathbf{z}$ . E két oszlopvektor előjeles összege az (1) egyenlet szerint nulla. A  $\mathbf{z}$  szerinti parciális deriváltaknak tehát csak a harmadik tagja ad értéket. Ez a  $-\mathbf{z}^T \mathbf{K}$  sorvektor. Ez volna egyenlő a  $\mathbf{z}'$  szerinti parciális derivált,  $\mathbf{z}^T \mathbf{S}$ , idő szerinti differenciálhányadosával, a  $\mathbf{z}^T \mathbf{S}$  sorvektorral. Azaz fenn kell állnia a

$$-\mathbf{z}^T \mathbf{K} = \mathbf{z}^T \mathbf{S} \quad (4)$$

egyenletnek.

A bal oldal mínusz előjele zavarba ejtő. Az itt létrejött két sorvektor azonos az (1) egyenlet alapján egymást kioltó két oszlopvektorral. A ferde szimmetria a mátrix bal és jobb szorzatát egymással ellentétes előjelűvé teszi. Ebből adódik a (4) egyenlet meghökkenítő előjele. De az egyenlet így helyes. Így a (2) egyenlet bilineáris  $f(\mathbf{z}, \mathbf{z}')$  függvényére érvényesül a (3) egyenlet szerinti Euler–Lagrange-feltétel. Érdekes módon a variációs forma az eredeti egyenlet primális és duális alakjának összege! De vigyázni kell a mátrixok nulla sajátértékei miatt.

Az így kapott egyenlőségek – az oszlop- és sorirányú összegek szigorú kettős egyenlősége – mutatkoznak meg a kettős könyvelés mérlegeiben. A felhalmozás ott mind értékben, mind pedig tárgyi összetételében mindig egyenlő a megtermelt többlettel. Ez az egyenlőség nem csak a szigorúan vett elméleti egyensúly, de a ciklikus növekedés közepette is fennáll. Ez volt tárgya a nemzeti vagyoni becslését szolgáló dolgozatnak (Bródy [2007]). Ez azért fontos, mert a (2) egyenlet a benne kifejezett esetleges „energiától” függetlenül mutatja, hogy a gazdasági szektorok (vagy vállalkozások) milyen pályákat járhatnak be. A könyvelés az adott cég, ágazat vagy ország tényleges történéseit ábrázolja. Ez az történelmileg korán felmerült módszer, ami a későbbi modellektől és érvektől függetlenül, azokat jóval megelőzve lehetővé tette a mindennapi cserék lejegyzését és követését.

Van-e potenciális és kinetikus energia a gazdaságban? Formális hasonlóság persze van. Az  $\mathbf{S}$  mátrix adatai a termelés lehetséges, tehát potenciális mértékét határozzák meg, a  $\mathbf{K}$  mátrix pedig a folyó, mozgó, termelő gazdaság lendületét. De hátha csak valami egyszerű dolgot fejezünk ki a kelleténél bonyolultabban? A forma azt erősíti meg, amit az (1) egyenletből már úgyis tudunk, sőt eleve feltételezünk: a tőke állagát a *többlettermék felhalmozása* változtatja meg. Bár e kétfajta változó mérhető, de mértékük dimenziója mégis eltérő. Az első állag, a második folyamat. Nem lehet mindkettő energia.<sup>4</sup> És a gazdasági lengés

<sup>4</sup> A variációszámítás technikáját a gazdaságtanban elsőként felhasználó Ramsey [1928] a *bliss*, vagyis *üdv* helyes felhalmozását vélte biztosítani. Az *üdv* tünékeny, mérni nem lehet, ezért nem is deriválható. A hasonló indítatású *felvonos tervezés* fogyasztást maximáló célkitűzését Virág Ildikó (1978) kandidátusi értekezése bírálta. A ciklusokkal való kapcsolatot tárgyalja Kovács–Virág [1981]. Lásd még Abel [1981].

kárt is okozhat, még akkor is, ha látszólag semmi nem megy veszendőbe. Már itt megmutatkozik az alapkérdés bökkenője: hogyan mérhetjük meg az okozott veszteséget, ha semmi veszteség nem mutatkozik, hiszen a rendszer „optimálisan” működik?

A fizikában az  $\mathbf{S}$  mátrix általában pozitív definit. Itt azonban szemidefinit, azaz szinguláris. Ebből új sajátosság vezethető le: az árak és mennyiségek változása merőleges az egyensúlyi pályára. Ez az oka az arányok mozgékonyságának, de a kisiklás lehetőségének is.<sup>5</sup> Hiába hozzuk azonos alakra az Euler–Lagrange-feltételt kielégítő egyenletekkel, se a fizikai analógia, se a variációszámítás nem segít. A gazdasági rendszer, még ha el is fogadnánk „energetikai” értelmezését, nem volna konzervatív, mert növeli a rendszer energiáját. Bár a modell alapján, a mérlegek és a kezdeti feltétel birtokában ki tudjuk számítani a keltett ciklusok kilengését és hosszát, ez nem ad – a fogalmak valódi értelme szerint – se súlyt, se erőt, se energiát e ciklusoknak.

A kimozdulás az egyensúlyi árrendszeren mérve nulla, és nulla az árak változása is, ha ezeket az egyensúlyi termelés arányaival súlyozzuk. Ha még azt is megfontoljuk, hogy a ciklus egész hosszára integrálva, a megoldást adó szögfüggvények szintén nulla értéket szolgáltatnak, akkor más választ kell keresnünk. Az is kérdéses, hogy mi lesz maximális vagy minimális, vagy állandó értékű. Erre a gyakorlat válaszol; a kapott válasz más, ha ciklust keltünk vagy pedig éppen csillapítani akarjuk valamelyik ciklust.

A fenti modell egyensúlyi pályája sajátos. Exponenciálisan növekedhet vagy csökkenhet, de egyensúlya se nem vonzó, se nem taszító, hanem közömbös. Szándékosan választotta ezt a tulajdonságát *Volterra* [1926], aki a halászat ingadozó hozamát, *Lotka* [1925], aki a populációk alakulását és *Goodwin* [1967], aki a gazdasági ciklust magyarázta. A modell viselkedése megfelel a tapasztalatnak. A szerves világban az arányok játszanak szerepet, és maga az egyensúly is folytonos ingadozást mutathat. Fontos az, hogy a modell megmagyarázza a viselkedést és megadja a lehetséges ciklusok hosszát. De egyik ciklust sem teszi kötelezővé, nem oka e ciklusoknak. Szükséges, de nem elégséges feltételük.

Ezért az (1) egyenlet gazdaságilag másként értelmezhető más transzformációját keressük. Célunk a rezgés ábrázolása, tehát a hullámmátrix, a (logaritmikusan) parciális deriváltak, vagyis a forma Jacobi-mátrixának számítása, illetve közelítése. A szimetriát az inverzió elvégzése megtörheti. Az elemzés jobb áttekinthetőségéért az egyensúlyt áttesszük az egységpontba, amelynek minden eleme egységnyi. Ez mindig lehetséges, mert a  $\mathbf{z}^*$  vektor szigorúan pozitív. A belőle képzett  $\langle \mathbf{Z} \rangle$  diagonális mátrix reguláris. A hasonlósági transzformáció után az eredményül kapott  $\mathbf{H}$  hullámmátrix

$$\mathbf{H} = \langle \mathbf{Z} \rangle^{-1} \mathbf{S}^{-1} \mathbf{K} \langle \mathbf{Z} \rangle \quad (5)$$

alakú. A  $\mathbf{H}$  mátrix  $ik$  indexű cellájában a  $\mathbf{z}$  vektor  $k$ -adik elemének az  $i$ -edik elemre gyakorolt hatása áll. Elemei elvileg logaritmikusan parciális deriváltak, azaz rugalmasságok volnának, amiket az egyensúlyi pálya közelében konstans mátrix közelít meg. Ennek alapján  $(\partial z_k / z_k) / (\partial z_i / z_i) = \mathbf{h}_{ik}$ . Értékük azonban csak az egyensúly (vagy az egyensúlyi rátával növekvő pálya) közvetlen környezetében megbízható. E megbízható környezet a gyakorlatban a nullától az egyensúlyi ráta kétszereséig terjedő sáv.

Az érdemi és sebezhető kérdés a  $\mathbf{z}^*$  egyensúlyi sajátvektor normalizálása. A matematika a vektor sokféle normáját kínálja. A sajátvektorok esetében általában ortogonális felbontást keres, azt kívánja elérni, hogy az elemek abszolút értékeinek négyzetösszege

<sup>5</sup> A gazdasági irodalom nem mindig említi, hogy az Euler–Langrange-feltétel teljesítése szükséges ugyan, de nem elégséges. A minimumon kívül maximumot és inflexiós pontot is jelezhet, az időtartam variálása nem merül fel. Ha tényleg minimumot ad, akkor sem világos, hogy szakmailag mit és minek terhére takarít meg. A haszon nem oly homogén, mint az energia. Mennyiségét nem konzerválni, de növelni törekszünk.

legyen egységnyi. De a vektor normája lehet elemeinek összege, vagy pedig a legnagyobb abszolút értékű elem is. A norma megválasztása nem érinti a mátrix sajátértékeit. Hatással lehet azonban a kapott rugalmasságok egymás közti viszonyára.<sup>6</sup> Megnyugtatóbb volna, ha olyan átalakítást találnánk, ami biztosítja a szimmetriát. Ilyen biztosan van, mert a mátrix összes sajátértékének nulla a valós része. Ezért a mátrix főátlójában álló értékek összege is nulla. A nullán kívül a sajátértékek képzetesek, abszolút értékük párosával azonos, de plusz, illetve mínusz előjelűek. A szimmetria esetében azonban a mátrix értékei már nem hasonlíthatók rugalmassági együtthatókhoz, mert azok közt általában nem szimmetrikus az összefüggés. A rugalmasságnak nemcsak előjele, de nagysága is változik, ha a függő és a független változót felcseréljük. A cukor áremelkedése ösztönzi termelését, de ez nem mindig csökkenti a cukor árát, és ha fékezi, a csökkenés más arányú lehet.

A rendszernek a  $t$ -edik időpontban felvett  $\mathbf{z}_t$  helyét, adott  $\mathbf{z}_0$  kezdeti érték mellett a

$$\mathbf{z}_t = \exp(\mathbf{H}t)\mathbf{z}_0 \quad (6)$$

egyenlet adja meg. Célszerű itt az időegység, például 1 év alatt befutott utat mint egyszerű operátort kifejezni. Ehhez a  $\mathbf{H}$  mátrix spektrális felbontására van szükség, azaz sajátvektorainak és sajátértékeinek megállapítására. Erre már csak azért is szükségünk van, mert e sajátértékekből a bejárható ciklusok tartamát, a sajátvektorokból pedig alakját állapíthatjuk meg. Adott kezdeti érték esetében így számítható ki a ciklus amplitúdója és időzítése, ezek az elemzés főbb eredményei. Az exponenciális mátrixot úgy kapjuk meg, ha a természetes logaritmus alapszámát ( $e$ -t) a mátrix sajátértékeinek hatványára emelve, a már kiszámított sajátvektorokkal szorozzuk. Így adódik a pálya jellegzetes, szinuszos görbékből összefonódó alakzata.

Az éves változás (időbeli „eltolás”) operátora ekkor tehát

$$\mathcal{A} = e^{\mathbf{H}}. \quad (7)$$

Többszörös pályákat az operátor többszöri alkalmazásával, azaz hatványaival lehet számítani. A hatványsor hasonlít a Leontief-inverz ismert hatványsorához, de a hatványok nem tartanak nullához. Ennek ellenére az ismert összefüggések itt is fennállnak. Az operátor reguláris, mert nulla sajátértéke egységnyi értékűvé vált:  $e^0 = 1$ . Ezért nemcsak a pályát lehet megállapítani az  $\mathcal{A}$  operátor ismeretében, hanem elegendően hosszú (és pontosan megadott) pályából ki lehet számítani a pályát létrehozó operátort is, amennyiben a pálya bejárja a teret, azaz ha kifeszíti az egész értelmezési tartományt. Nem más ez, mint a pálya reguláris voltának feltevése. Akkor és csak akkor teljesül, ha a mátrix minden sajátvektora részt vesz a pálya előállításában.

Álljon ugyanis az  $\mathcal{A}$  operátor  $n$  sorból és  $n$  oszlopból! Szorozzuk ezt meg  $n$  alkalommal tetszőleges, de minden sajátvektor komponensét tartalmazó kezdeti  $\mathbf{z}$  vektorral! Majd képezzük a kapott nyomvonalból a következő két négyzetes mátrixot:

$$\mathbf{A} = [\mathbf{z}, \mathcal{A}\mathbf{z}, \dots, \mathcal{A}^{n-1}\mathbf{z}], \text{ és} \quad (8)$$

$$\mathbf{B} = [\mathcal{A}\mathbf{z}, \mathcal{A}^2\mathbf{z}, \dots, \mathcal{A}^n\mathbf{z}]. \quad (9)$$

Látjuk, hogy a második,  $\mathbf{B}$  mátrix úgy keletkeztethető az  $\mathbf{A}$  mátrixból, ha azt balról megszorozzuk  $\mathcal{A}$  értékével. Tehát  $\mathcal{A}\mathbf{A} = \mathbf{B}$ . Ebből már következik, hogy

$$\mathcal{A} = \mathbf{B}\mathbf{A}^{-1}. \quad (10)$$

<sup>6</sup> A mértékegység megválasztása nem csak elméleti kérdés. Bár a rugalmasság fogalma éppen azért és úgy jön létre, hogy eredménye független legyen a mértékegységektől, ez néha becsaphat. A háromdecis kóla árrugalmassága eltérhet a másfél literesétől.

Az  $n + 1$  évre rendelkezésre álló adatsorokból a két mátrixot megalkotva, majd a második mátrix inverziója után őket egymással megszorozva meghatározható az operátor, amely a pályát létrehozta. Akkor, és csak akkor, ha mindkét mátrix reguláris.

Tudjuk, hogy a gyakorlatban az idősorok nem teljesen pontosak. Ezért a számított mátrix sem lesz az, sőt az is lehet, hogy rosszul kondicionált. Az elméletileg szabatos megoldás a gyakorlatban esetleg használhatatlanná válhat, vagy torzít és félrevezet. Nincs még kellő tapasztalatunk. Az eljárás véletlen mátrixokra alkalmazva jól viselkedik, de az is lehet, hogy az operátor valami ismeretlen tulajdonsága bizonyos körülmények közt nehézséget okoz. A fontos mégis az, hogy az elméleti kapcsolat az idősoros és a mátrixos alak között egyszerű és világos. Érvénye általános, és a regularitás megteremtésével, akár kisebb hibák árán is, az elemzés legtöbb esetben végrehajtható.

Összefoglalva az eddigieket: a ciklusok hatása tekintetében elméletileg a ciklus kilengése és tartama az, ami mérhető. Ezek szorzata arányos a hatásukkal. A gyakorlatot vizsgálva azonban látni fogjuk, hogy a ciklusnak mind oka, mind pedig hatása mélyebb és alapvetőbb. A hatás nem pusztán ingadozás, az ok pedig hosszabb távú gazdasági vagy politikai törekvésekhez kapcsolódik. Mindezek következtében nemcsak a fontos lengéseket és ezek lefolyását, hanem az ezeket kiváltó célokat és igyekezeteket is fel kell tárni. Különös figyelemmel kell lennünk arra, hogy mi állt a gazdaságot sajátos arányokban gyarapító tervek és a népesedést befolyásoló úgynevezett pronatalista felfogás mögött, s milyen eredménnyel jártak e célkitűzések.

### A lengések

Természeti és más katasztrófák, helyreállításuk, valamint az iparosítás kora kivételével – ezekkel Jánossy Ferenc foglalkozott – a modern és fejlődő gazdaság szűk korlátok közt növekszik és ingadozik. A korszakos növekedési ráta 2 és 4 százalék közt marad, s a rövidebb-hosszabb ingadozások szórásának százaléka is csak ritkán lépi túl e nagyságrendet. Általában több fontos ciklus fut párhuzamosan, az összes ciklus együttes lengésének bele kell hát férnie az ingadozás szokásos szórásába. Ezért egyik egyedi ciklus amplitúdója sem nagy önmagában. Az idősorok általában csak 1–3 százalékos kilengésű összetevőket adnak. Ez nem azt jelenti, hogy az ilyen lengés erőtlén. A nemzeti jövedelemhez viszonyítva látszik kicsinek. Saját területén (a készletek, beruházások vagy a mezőgazdaság ingadozásában) ugyanez a hullám már tekintélyes mértékű lehet. Ha tehát azt látjuk, hogy e lengések mintegy „kioltják” vagy „semlegesítik” egymást, az csak a nemzeti jövedelem ingadozására igaz. Nem feltétlen jelenti azt, hogy maga a vizsgált ciklus elhanyagolható vagy csillapodik.

Jánossy Ferenc a gazdasági fejlettség mérhetőségével foglalkozva azt is megállapította, hogy a logaritmikus trend körülbelül 90 százalékban már meghatározza a növekedés útvonalát (Jánossy [1963]). Itt a maradék mintegy tízszázalékos eltérés ciklikus okait kutatjuk. A ciklusok által kiváltott eltérés ebből nem lehet több az eltérés felénél-kétharmadánál. A többi már a technika változásából és a mérési hibákból ered. Ha az esetit is magyarázza, akkor hibás az elmélet. A hibák oka, a technika és a szerkezet változása kifejezhető, sőt vizsgálható is, de éppen váratlan, eseti, előre nem látható természete kíván más jellegű tárgyalást.

Schumpeter [1961] gazdasági ciklusokat tárgyaló alpművében Kitchin, Juglar és Kondratyev munkájára támaszkodott, akik a rövid (3–5 éves), a közepes (9–13 éves) és a hosszú (40–50 éves) ciklusokat írták le részletesebben. E háromfajta ciklust illesztette a nemzeti jövedelmek növekedésének hosszabb adataihoz. Úgy vélte, hogy kilengésük hosszukkal arányos. A ma már jobban ismert adatok ezt nem igazolták sem az elmúlt

század, sem pedig a jelen tekintetében. Egy-egy elkülöníthető lengés ritkán haladja meg az 1-2 százalékos mértéket, és a hosszabb lengések kilengése sem nagyobb. Persze a hosszabb lengés feltűnőbb. E három tipikus ciklus egyébként felbukkan minden országban, de egymástól eléggé elszigetelve és általában más és más területeken mozognak.

A hosszú lengés egyöntetűnek és általánosnak bizonyult. Tetőpontján a korszak „ügyeletes energiaforrása” válik drágává növekvő kereslete és termelésének nagy tőkeigényessége miatt. Ez fékezi, kényszeríti lassításra a világ gazdaságát, minden országban és nagyjából azonos időben. Az első ismert hullámot a napóleoni háborúk után a lovak, a széna és a tüzelőanyag felszökő ára okozta, a következőt a fa, a harmadikat a szén, a legutóbbit az olaj és földgáz, s a rákövetkezőt alighanem az atomenergia sugárzási hulladékainak eltakarítási költségei váltják majd ki a húszas években. A rövidebb ciklusok, bár a külkereskedelem révén hatnak más országokra is, nem egységesek. Hosszuk és fázisuk, tartamuk és időzítésük eltérő.

Ezért Schumpeter egy másik feltevése is módosítandó. Úgy vélte, hogy ezek a jellegzetes ciklusok egymásba vannak „skatulyázva”. Éspedig három rövid lengés zajlik le a középtávú ciklus alatt, és ebből a középtávú ciklusból pontosan hat fér meg a hosszú, Kondratyev-ciklusban (Schumpeter [1961] 223. és köv. o.). A ciklusok azonban soha sehol nem fonódtak ilyen szoros egységbe. Ez azt jelenti, hogy hosszuk nem egymás többszöröse, és nem is indulnak egyszerre. Erre semmi okuk sincs, és – mint említettük – nem is zajlanak egyazon területen. Egyedileg viselkednek, s minden országban, minden időben meg kell állapítani hosszukat és időzítésüket. Ez teszi e lengések vizsgálatát aprólékos és nehéz feladattá. Összefüggésük, vagyis a „konjunktúra” (csatoltság, kölcsönhatás) kutatása legfőképpen a trendek és lengések időzítésének vizsgálatát jelenti. Ha nem kapcsolódnak szorosan és szabályosan egymáshoz, akkor adott időpontban sajátosan összefonódva, egymást erősítve vagy ellensúlyozva, egyedi növekedési pályát hoznak létre.

Bármennyire szabatosaknak is látszanak hát eszközeink, amikor az idősorokból és a mérlegekből az egyes ciklusok létét, hosszát, lengését és időzítését közelítjük, becslésünk pontossága mindig korlátos. A pontatlanság az adatok hibájából, a számolás csorbulásaiból és következtetéseink gyarlóságából ered. Megnehezíti, de a szükséges biztonsággal azért lehetővé teszi, hogy rövidebb-hosszabb időre előre jelezzük a gazdaság várható megtorpanását vagy fellendülését, s ugyanakkor kijelöljük azokat a nagyobb gonddal megfigyelendő fordulókat és irányzatokat, amelyeket időről időre felül kell vizsgálni. Maguk a statisztikai adatok mindig tartalmaznak kisebb, mondjuk 1 százalékos hibát. Ez talán nem is hiba, hanem csak bizonytalanság. A módszertan, az áthúzódo tételek kezelése, értékelése, súlyozása mindig több megoldást is kínál. Jól mutatják ezt a változatlan árákon nyugvó mérés nehézségei. E korláton belül a statisztikus még nem hibázik. De a végleges adat kialakítása, értékelése, kezelése a statisztikusra van bízva. Ő az, aki tapasztalata és szakértelme alapján a legjobb megoldást választja. Ugyanígy áll a dolog a ciklus felkutatásával és mérésével. Itt sem mindig egyértelmű a megoldás, s a kutatót csak a mérést végző statisztikus segíti abban, hogy az elemzést a lehető legjobban megoldja.

A Bródy [2007]-ben a nemzeti vagyoni becslésére használt mérleg csak négy ciklus-hosszt kínált: egy közel 200 éves lengést, amely azonban az adatok kis módosítását is rosszul tűrte; egy Kondratyev-féle hosszú ciklust, amely megbízhatónak látszott, és amelyet régebbi, idősorokat elemző dolgozatok is említenek; egy körülbelül 30 éves ciklus, aminek érdemi lengését azonban az idősoros elemzés nem igazolta; végül egy 12 éves ciklus, amely szintén „védett” a kisebb adathibákkal szemben, s amelyhez hasonló már minden addigi idősoros elemzésben is felmerült. Így ezúttal csak két – de mindkét számítási mód szerint felmerülő – ciklussal foglalkozunk, azt látva, hogy kellő magyarázattal szolgáltak és szolgálnak a gazdaság múltbeli, jelenlegi és várható menetére.

A bizalmat erősíti, hogy az elemzést a mérleg különböző lehetséges összevonásai is alátámasztják. A kétszer két szektoros összevonásokban szintén feltűnt a 200 éves ciklus. Értéke megbízhatóbbnak bizonyult, mégpedig abban a kis mátrixban, amely az állam és a maradék gazdaság szektorait állítja szembe. Mégis eltekintek az ábrázolásától, mert lengése rövid távon mérhetetlen, sőt nem is vehető észre. Arra volna jó, hogy a modell adta lineáris trend helyére lépve tisztán ciklikus rendszert adjon. Ennek már lenne szépsége, talán valósága is, de még sok munkát kíván mesterkéletlen és meggyőző levezetése.

Az elmúlt több mint száz évre visszatekintve a gazdaság hullámzását nálunk főként a 12 éves és a hosszú lengés mindenkori kapcsolata határozta meg. A Kondratyev-ciklus világszerte ismert és vizsgált. A Magyarországot jellemző 12 éves ciklusra Ungvárszky Ágnes figyelt fel a tervgazdálkodás idején, vizsgálatait könyvben is összegezte (*Ungvárszky* [1989]). Bauer Tamás is részletesen foglalkozott vele, főként a beruházások erős ingadozásai miatt, Ungvárszky korábbi írásait is idézve (*Bauer* [1981]). Bemutatta, hogy a hozzáadott érték kisebb ingadozásai mögött a beruházási folyamatok nagy és igen lényeges egyenletlenségei bújnak meg.

A KSH hosszú idősorait, a nemzeti jövedelem számításának az 1924/1925. évre visszanyúló adatsorát és az országnak a képviselőház könyvtárában megtalálható mindenkori költségvetési adatait áttekintve, egyértelművé vált, hogy e középtávú ciklusnak hosszú előtörténete és sajátos indítéka volt. E ciklustól, valamint gazdasági és társadalmi következményeitől már a Monarchia idején is szenvedett az ország. Ismereteseek voltak a „rendkívüli költségvetési tételek”, azaz a világháború kirobbantására készülő fegyverkezés szokatlan mértéke miatt bekövetkező 1893. és 1906. évi zökkenők. Az első világháború utáni összeomlás, az 1929–1932. évi világválság, a második világháború után e sajátos gazdaságpolitikai jelenségeknek és intézkedéseknek már a hatodik hulláma ért minket az ötvenes évek elején, nagy szerepet játszva az 1956-ban bekövetkező eseményekben is. E dermesztő listához az 1873. májusi bécsi „tőzsdei krach” figyelembevételével talán még további két (de csak kereken tíz-tíz év tartamú) hullám is csatolható. A lényeges mindebben az, hogy igen rég megkezdődött az a folyamat, amely a ciklus gerjedésének és súlyosodásának hátterében állt. Az első hadiipart fejlesztő hivatalos és országos terv nem Rákosi és Gerő, még csak nem is Darányi, hanem még a Monarchia szülötte volt (*Berend-Szuhay* [1973]).

Az ötvenes évek elejére az árak merevsége miatt széles körben elterjedtek a hiánygazdálkodásnak a háborús időszakok folyamán kibontakozó tömeges bajai. De nem a tervgazdálkodás, hanem a második világháborúra való készülődés, majd maga a háború hozta létre az anyag- és árhivatalt, az anyagiutalások és élelmiszerjegyek rendszerét és az árak rögzítését, valamint a 600 legnagyobb vállalat katonai-rendészeti igazgatását. Ekkor kezdett szélesebb körben terjedni egyes hivatalnokok, bírák, orvosok és más harcosok által bezsebelt csúszópénz, a hiánycikkekért folyó vesztegetés, valamint az egyre szélesebb körben gyakorolt, szinte napi gyakorlattá tett korrupció többi jelensége. Mindezek a visszacsatolt (aztán ismét elcsatolt) területeket érintették a legerősebben. A működés válságát nem a revizionizmus, de ennek részleges és átmeneti sikere hozta, amikor a magyar lakosság a közigazgatás közreműködésével és részesedésével „szabadon és törvényesen” sajátította ki kisebbségei személyi és üzleti tulajdonát.

A háborúra való készülődés és a háborús feszültség fennmaradt a tervszerű gazdálkodás korszakában is. Ezt eleinte nyíltan, később a béke védelmével takargatva és indokolva burkoltan hangoztatták. Hatása tetéződött a gyermekszülési többlettel, amivel a felelőtlen népesedési politika két ízben is tervszerűen túlszigázta a háború utáni természetes szaporodási többletet. Az elnyomorodás miatt érzett kétségbeesés tette polgárháborúvá 1956 válságát. A következő, 1968. és 1980. évi fordulók is erőteljes hadi voná-

sokat mutattak. Ezek a részleges mozgósításig és a prágai Vencel-tér elfoglalásáig terjedtek. Emiatt vált elkerülhetetlenné a gazdasági reform befagyasztása, ez viszont a gazdasági rendszer általános tespedésébe torkolt.<sup>7</sup>

A Kondratyev-ciklus mélye roppantotta meg a hidegháború merev és pangó álegyensúlyát. A „szocialista tábor” fizetéseképtelensége különösen súlyossá és tartóssá tette a kilencvenes évek sorra került zökkenőjét. Visszaesésünk mértéke ekkor tényleg a világváltságban elszenvedett zuhanást is meghaladta. A pontos érték mégis kétes. A kilencvenes évekre a jelentési fegyelem sérülése, a fokozott bizonytalanság és a közölt adatok ismételt, az addiginál gyakoribb javítgatása volt a jellemző. A hosszú és közepes ciklus menete, bár enyhébben, de mégis folytatódott, mert ez a beruházások múltbeli szakaszosságának el nem kerülhető következménye volt. Ez az ezredforduló előtt világossá vált. Ezért adódott az a következtetés, hogy a 12 éves ciklus 2004 körül várható ismétlődő fordulójába fog ugyan következni, de csak a növekedés lassulását, a gazdaság átmeneti ernyedését, és nem válságot, azaz termelésesökkenést hoz.

A meginduló új Kondratyev-ciklus fellendülő szakasza ugyanis társult a 12 éves ciklushoz, és érvényesülni fog még 2016 körül is, ami bizonyos mértékig elfedi, kendőzi a 12 éves ciklus maradék lengését. A két kormányzat által is felvett új külföldi hitelek ez a régi bajokban gyökerező mai nehézség indokolta, és ezek a hitelek részben a ciklus csillapulásához vezettek. Csillapítani, mérsékelni lehet a ciklust, megszüntetni nem. Mindennek következtében a jövőben e közepes távú ciklus még tovább enyhül. A Kondratyev-ciklus felfelé tartó ágában könnyebben és olcsóbban lehet nemzetközi hitelhez jutni, és mi más volna e hitel szerepe, mint hogy ilyen esetekben segítséget nyújtson. Ez lényeges vonása a hosszú ciklus barátságos felének.<sup>8</sup> De ha enyhül is a nyomás, az avult harci repülőket most is újabbak váltják, a hajók, vasutak, villamosok és az úthálózat, a hidak és a gátak most sem korszerűsödnek ráolvasásra, a szokásos halmozottan jelentkező csőtöréseket és kátyúkat is időzítették régi beruházásaik hullámai.

### Kísérlet az összefoglalásra

Csak akkor tarthatjuk egy adott ciklus rendszeres visszatérését kellőképpen bizonyítottnak, ha lenyomata mind a hosszú idősorokban, mind pedig az ágazati mérlegben körülbelül egyező súllyal és időzítéssel megtalálható. Az ellenőrzés eszközét, a ciklus mátrix-operátorának és az idősor kölcsönös és egyértelmű kapcsolatát és egyeztetését mutatta be az első rész.

A második részben két ciklust találtunk, amely e követelményeknek eleget tesz: egy hosszabb tartamú Kondratyev- és egy körülbelül 12 év tartamú Juglar-típusú lengést. Sajátos együttállásuk állt a legnagyobb visszaesések és fellendülések: a két pusztító háború és az azokat követő inflációk, valamint a tranzitválságnak nevezett, ugyancsak erős inflációval járó rendszerváltás mögött. A kapott periódusok tagolták a Monarchia-, a Horthy-, a Rákosi- és a Kádár-korszak gazdaságtörténetét, ugyanakkor mai fejlődésünk fordulópontjait is jelzik. A köztudat azonban, valamint a történeti oktatás és a politikai megosztottság elszigeteli egymástól e lengéseket. Hol „ránk szakadt” vagy „ránk parancsolt” háborúnak tekinti, hol a politika, hol pedig a mindenkori „rendszer” változásával indokolja. A gazdaság valóságos története mást mutat. Csak a ciklusok nagyon is közös

<sup>7</sup> A militarizmus költségeit Bródy [1990] elemzi.

<sup>8</sup> Ez történt világszerte a „bársonyos” hatvanas években is, amikor a ciklusok „megszűntéről” értekezett a gazdaságtan. Ebből a révéletből ébredt aztán a hetvenes évek közepén Nyugat és Kelet egyaránt. Most hasonlóan egyenletes fejlődés várható, amelyben ismét szinte megfigyelhetünk a ciklusokról.

gyökerének felfedése teszi lehetővé, hogy a kiegyezés óta eltelt éveink menetét áttekintsük, s csak az áttekintés ad számot arról, mi volt a közös bennük.

Már a hosszú ciklus mögött is a világiaci hatalmi verseny áll, aminek végső erőfeszítéseit a háborúk egyszerű és töményen értelmezhető formában fejezik ki. A rövidebb beruházási ciklusokat aztán már maga a fegyverkezési verseny kényszeríti rá a versengőkre. A puskák, ágyúk, gépfegyverek, a motorizálás és a tankok, a repülés és felderítés fejlesztése, az atombomba, rakéták és űrállomások rendszerbe állítása ciklikus rendszerességgel egyre nagyobb és sürgetőbb költségeket erőltet a benne részt vevőkre. A jelentős technikai fejlődés csökkenti a tervezett ölés és pusztítás – vagy politikailag védhetőbb szóval – elrettentés egységárát, de növeli összköltségét. Ezért kénytelen a kormány takarékosan bánni az egyéb közszolgáltatásokkal. Ezek eszközeit, amelyek modernizálására kisebb erőfeszítéseket fordít, csak akkor újítja meg, ha végképpen elválsnak.

Mind az elméleti levezetés, mind pedig a történeéseket felsoroló gyakorlati érvek arra mutatnak, hogy a ciklusok a gazdaság tényleges mozgásába ágyazódó, sőt egyenesen nélkülözhetetlen jelenségek. Nélkülözhetetlenek, mert nélkülük a gazdaság képtelen a körülményekhez alkalmazkodni. E ciklusok mértéke lehet súlyos, lehet könnyű, sőt – szerencsés körülmények közt – szinte észrevétlen maradhat. Mint a lélegzés: szükséges élettevékenység. Jelentkezéseért általában nem hibáztathatók a társadalom éppen uralmon lévő vezető szervei, a tisztségviselők vagy a kormány. Kezelésük, lehető csillapításuk azonban az ő feladatuk: ahogy a hajóskapitány sem okolható a viharért, csak a vihar folyamán kiadott tapasztalt vagy tapasztalatlan, megfontolt vagy okatlan utasításaiért.

Ha azonban az ország vezető rétegei és kormányai, nyíltan vagy titokban, valóban békétlen és támadó szándék miatt fegyverkeznek, akkor hibáztathatók. Ha ennek érdekében vállallják a háborús jellegű és erőltetett ipari fejlesztést és „nagy ugrást”, akkor vétkesek közt cinkos, aki néma. Nem a zsákutcás fejlődés, hanem az egyenetlenség, a békétlenség és kútmérgezés miatt, amely minden ellenségeskedés és erőszak kísérő jelensége. A polgárháború, a forradalom, a háború és a világháború negatív végösszegű játszmák. Csak béke hozhat pozitív végeredményt, mert ott jószágok cseréje folyik, nem a rossz fenyegetéseké. Ami a múltat illeti: a nyolc ciklus közül öt pusztító erejű volt. Két világháború, egy világválság, egy polgárháború és több rendszerváltás.

A háborúra való készülés, a békétlen politika különösen gazdaságtalan a kisebb országok számára. Az 1867. évi kiegyezés utáni békétlenség és terjeszkedni vágyás nem vezetett semmi jóra. Már az első, de legkésőbb a második világháború végére világossá vált, hogy zsákmányolási vágytól fűtve Európa kaszinójában végleg eljátszottuk az ország vagyonának, területének és lakosságának nagyobb részét. Aki nem tanul a történelemből, azt a történelem kíméletlenül megbünteti. Hadi gyakorlatainkra ennek ellenére, nem csekély költséggel még a nyolcvanas években is Graz irányában vonultunk fel. Csak a rendszerváltás hozta meg, ha nem is a békés szellemet, de annak részleges belátását, hogy a mai Európában nincs helye ilyen célkitűzéseknek.<sup>9</sup>

A kényszerűen békés célkitűzés következtében a lengések csillapodnak. A rövid, mintegy négyéves ciklus kisebb a vártnál, mind az idősorokban, mind a mátrixos számítás alapján. Az ingadozás alig nagyobb az adatok bizonytalanságánál és a módszertani zavaroknál. A hosszú ciklus is enyhül. Gyenge fellendülése aligha válthatja valóra a gyors virágzást áhító vágyakat. Ennek jó oldala az lehet, ha a húszas években várható tetőpont után sem lesz erős a hanyatlás. Egyenletesebb és kevésbé csillogó növekedés várható tehát. Mindez nemcsak hogy nem zárja ki az egészséges és békés fejlődést, hanem éppen előfeltétele volna ennek. A súlyosabb ciklusok által okozott legfőbb kár ugyanis éppen a

<sup>9</sup> A rendszerváltás első éveiben a „körkörös védelemről” szóló vitában még sokan érveltek azzal, hogy a katonai létszámnak és felszereltségnek a minket határoló országok teljes haderejével kell egyensúlyban lennie.

gazdasági helyzet át nem tekinthető, nagy politikai és gazdasági kockázatokkal járó és mindenkit nyugtalanító volta. A politikai közbeszéd elveszti nyugodt és érvelő jellegét, a politikai szöveg a közvetítés és mérlegelés helyett jelszavakat bocsát ki, az utca feszültté, idegessé és fenyegetővé válik.

A ciklusok hatásának kifejezése végett az egyenlőtlen kormegoszlás minőségi és mennyiségi következményeihez térünk vissza. Ha csupán azt az évi 2-3 százalékot tekintjük „hatásnak”, amivel a ciklusok az átlagos növekedés ütemét növelik vagy csökkentik, akkor már ez a hatás is azonos nagyságrendileg magával a növekedési rátával. De az okozott kár teljességében nem mutatkozik az elméleti modellben. A ciklus tartama nem függ a lengés mértékétől, és maga a kilengés sem hagy nyomot a befutott pálya meredekségén, a növekedés ütemén.

A pályát a modern növekedési elmélet szellemében akár „optimálisnak” is tekinthetnénk, mert eleget tesz a variációs számítás követelményeinek, tehát az optimális folyamatok vezérelvének. A kár látszólag csak a termelőképeség (kapacitás) ingadozó kihasználásából ered. A jobb kihasználás (ha erre lehetőség volna) csak a termelés szintjét és nem növekedésének ütemét emelné. A magas szint valamivel több felhalmozást tesz lehetővé. Ez már a növekedési ütemet is módosíthatná, bár ez másodlagos és bizonytalan. Van azonban olyan kapacitás, amelynek ki nem használása pótolhatatlan veszteség. Ez a munkaerő. Az okozott kár a munkanélküliség. Az emberi munka kifejtése az összes szükséges ráfordítás közül a legesendőbb, mert raktározhatatlan.

A munkanélküliség éppen azt a terméket tékozolja, aminek előállítása a társadalom célja és alapvető feladata. Ez az egyetlen termék, amely nemcsak célja és tárgya az együttműködésnek, de mozgatja, irányítja, alakítja és szabályozza a piacot. Mint azt Schelling sommásan megjegyzi: a piac gyatrán működik az infláció és a depresszió idején (*Schelling* [2006] 23. o.). Az infláció ma általános, a ciklusok fele pedig mindig és szükségképpen az átlagos növekedési ráta alatt, tehát depresszióban vagy recesszióban telik el.

A munkanélküliség egyre magasabb százalékát tekinti ma a közgazdász a gazdaság „normális” állapotának. A krónikus munkanélküliség azonban – és ebben Ricardo és Marx, Schumpeter és Keynes egyetértettek – magának a termelés rendszerének működését és fennmaradását veszélyezteti. Nem a kapitalizmusét, hanem a piacét. A baj nem a termelés valamelyik rendszerével van, hanem az alapjával: magával a munka megosztásával és az ezt szükségszerűen kiegészítő egyre szövevényesebb cserék megszervezésével. A gazdaságtannak ezért, ha következetes, komolyan hozzá kell látnia a gazdasági érdekeltség jobb megszervezéséhez. Ezt a kutatási irányzatot nevezték el nálunk még gyerekkorában mechanizmuskutatásnak, ennek tekintélyes szakértője Schelling.

### Hivatkozások

- ÁBEL ISTVÁN [1981]: The labor saving principle with an application to the Leontief-type economies. *International Economic Review*, Vol. 22. No. 2. 377–384. o.
- BAUER TAMÁS [1981]: Tervgazdaság, beruházás, ciklusok. Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó, Budapest.
- BEREND T. IVÁN–SZUHAY MIKLÓS [1973]: A tőkés gazdaság története Magyarországon 1848–1944. Kossuth Könyvkiadó–Közügazdasági és Jogi Könyvkiadó, Budapest.
- BRÓDY ANDRÁS [1990]: A hon védelméről. *Valóság*, 6. sz. 30–37. o.
- BRÓDY ANDRÁS [2007]: A nemzeti vagyon. *Közügazdasági Szemle*, 3. sz. 233–247. o.
- GOODWIN, R. [1953]: Static and Dynamic Linear General Equilibrium Models. Megjelent: *Input-Output Relations, Proceedings of a Conference on Inter-Industrial Relations*. Driebergen, Hollandia (Leiden, Stenfert Kroese), 54–87. o.

- GOODWIN, R. [1967]: A Growth Cycle. Megjelent: *Feinstein* (szerk.): Socialism, Capitalism and Economic Growth című kötetben. Cambridge University Press, Cambridge, 54–58. o.
- GOODWIN, R. [1983]: Does the Matrix Multiplier Oscillate? Essays in Linear Economic Structures. Macmillan, London.
- JÁNOSSY FERENC [1963]: A gazdasági fejlettség mérhetősége és új mérési módszere. Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó, Budapest.
- KOVÁCS JÁNOS–VIRÁG ILDIKÓ [1981]: Szakaszos vagy egyenletes növekedés. Közgazdasági Szemle, 6. sz. 675–687. o.
- LEONTIEF, W. [1951]: The Structure of American Economy, 1919–1939. Oxford University Press, New York.
- LEONTIEF, W. (szerk.) [1953]: Studies in the Structure of the American Exconomy. Oxford University Press, New York.
- LOTKA, A. J. [1925]. Elements of Physical Biology. Williams and Wilkins Co., Baltimore.
- NEUMANN, J. V. [1963]: Collected Works. Pergamon Press, London.
- RAMSEY, F. P. [1928]: A mathematical theory of saving. Economic Journal. 38. 543–559. o.
- SCHELLING, T. C. [2006]: Micromotives and Macrobehavior. W. W. Norton & Company, New York–London.
- SCHUMPETER, J. A. [1961]: Konjunkturzyklen. Vandenhoeck & Ruprecht, Göttingen.
- SCHUMPETER, J. A [1980]: A gazdasági fejlődés elmélete: Vizsgálódás a vállalkozói profitról, a tőkéről, a hitelről, a kamatról és a konjunktúraciklusról. Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó, Budapest.
- ÜNGVÁRSZKY ÁGNES [1989]: Gazdaságpolitikai ciklusok Magyarországon (1948–1988). Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó, Budapest.
- VOLTERRA, V. [1926a]: Variazioni e fluttuazioni del numero d'individui in specie animali conviventi. Mem. R. Accad. Naz. dei Lincei, 2. 31–113. o.
- VOLTERRA, V. [1926b]: Fluctuations in the abundance of a species considered mathematically. Nature, 118. 558–556. o.