

KELEMEN JÓZSEF

Több piacra épülő webáruház térbeli árversenye

A tanulmány a térbeli árverseny *Lijesen* [2013] által továbbfejlesztett modelljét és annak egy olyan változatát mutatja be, amely jobban alkalmazható térbeli jelenségekre. *Lijesen* modellje – amely a rezervációs árat határozza meg egy képzeletbeli városban, és amely egy külső piacon is jelen van – a Hotelling-féle keretrendszert egy webáruházzal egészíti ki. Modellünk a külső piac helyett $n - 1$ darab Hotelling-típusú piacot feltételez, ahol a webáruház szintén értékesítheti a termékét. Eredményeink szerint az árak alacsonyabbak lesznek, és a hagyományos – azaz a térben fizikai üzlettel rendelkező – boltoknak megvan a lehetőségük, hogy térben jobban elkülönüljenek egymástól. Modellünk arra is rávilágít, hogy a vizsgált piacokon a verseny ösztönzése és a szállítási költségek csökkentése a fogyasztókat előnyösebb helyzetbe hozhatja azzal, hogy a termékek beszerzése számukra olcsóbbá válhat.*
Journal of Economic Literature (JEL) kód: D43, L11, L13.

A webáruházak növekvő száma és egyre nagyobb értékesítési forgalma megerősíti az internetes kereskedelem jelentőségét, ezért egyre több tanulmány foglalkozik ezzel a területtel. A téma azonban nem tekinthető teljesen újnak, mivel a korábban megjelenő katalógusáruházak az internetes áruházak elődjének tekinthetők. A webáruházak segítenek abban, hogy a piacok átláthatóbbak legyenek, és a nagyobb versenynek köszönhetően az árakat is lejjebb kényszerítik. Abban az értelemben is különlegesek, hogy könnyebben és gyorsabban lehet őket elérni, mint a hagyományos boltokat. Manapság már a fogyasztók döntő része hozzáfér az internethez, így számukra nyitva áll az e-kereskedelem lehetősége. Ezáltal kényelmesebbé válik a vásárlás, az utazás költségei és fáradsága elkerülhető. Ez azonban nem jelenti azt, hogy a szállítási költségek teljesen eltűnnének, ezt valamilyen módon továbbra is meg kell fizetni. A szállítási költségnek különböző formái lehetnek: például fix költség az egész országban vagy különböző régiók szerinti díjak, esetleg az árban elrejtve stb.

* Köszönet illeti a névtelen bírálót a hasznos megjegyzésekért.

Az internetes kereskedelem mára már igen komplex gazdasági jelenséggé vált, ezért a frissen megjelent tanulmányok is nagyon szerteágazók a témában. *Hu és szerzőtársai* [2014] egy olyan modellt mutatott be, ahol a boltok egyszerre kereskedhetnek online és offline. A fogyasztók figyelembe veszik a bolt eléréséhez szükséges utazási költséget, a termék kézbesítési költségét és a megrendelések várakozási idejét. Ezek a paraméterek mind befolyásolják a boltok árait. *Dukes–Liu* [2015] az online vásárlás olyan közvetítő színterének a szerepét elemezte, amely összehozza a vásárlókat az eladókkal. A vevők eldöntik, hány eladót értékeljenek, és milyen mélységben történjen az értékelés. Az eredmények azt mutatják, hogy a fogyasztók nem vesznek számba túl sok eladót. *Blazewicz és szerzőtársai* [2014] az internetes kereskedelem szerepét vizsgálta az árérzékeny leárazások esetében. A vásárlók törekszenek arra, hogy megvegyék az összes szükséges terméket, miközben próbálják elérni a legalacsonyabb kedvezményes árat. A szerzők két számítógépes algoritmust is bemutatnak a probléma megoldására. *Birg* [2015] a webáruházakkal kapcsolatban az országhatárokon átnyúló adóversennyel foglalkozott. Az adóztatásban a rendeltetési hely elve mérsékli az adóversenyt, míg a származási hely elve erősíti.

A térbeli árverseny *Hotelling* [1929]-féle modelljének keretrendszeréhez¹ *Lijesen* [2013] illesztett egy, a rezervációs árat meghatározó webáruházat. A két hagyományos bolt mellett létezik egy harmadik – egy webáruház –, amely nemcsak a képzeletbeli városban van jelen, hanem külső piacon is, ahol a kereslet lineáris függvénnyel írható le. A két hagyományos bolt nem versenyez egymással, csak a webáruházzal. A szerző kiemelte a szakirodalomhoz való két fontos hozzájárulását. Egyrészt a rezervációs alapú térbeli modelleket (*Economides* [1984], *Böckem* [1994], *Hinlopen–van Marrewijk* [1999], *Woekener* [2002]) fejlesztette tovább azzal, hogy az eddig exogén rezervációs ár a modellben endogén. Másrészt ez az első webáruházmodell, amely *Salop* [1979] körmodellje helyett a lineáris város feltevésén alapszik.

Ennek a tanulmánynak az a célja, hogy az eredeti *Lijesen* [2013] modellt – amelyben nem teljesen világos, hogy a külső piac honnan származik, és miért lehet egy lineáris keresleti függvénnyel leírni – más megközelítésbe helyezze, inkább térbeli magyarázatát adja, és ennek megfelelően módosítsa. Ha ismerjük a pontos viselkedését egy piacnak, akkor ehhez hasonló piacoknak kellene kialakulniuk, ezért a webáruház külső kereslete helyett n darab *Hotelling*-típusú piacot feltételezünk, $2n$ hagyományos bolttal, viszont csak egy webáruházzal, amely az összes piacon részt vesz.

Először az eredeti modellt mutatjuk be, majd a módosított változatát. Ezek után az eredeti és a módosított modell közötti hasonlóságokról és különbségekről lesz szó, majd a modell egyensúlyát vizsgáljuk. Végül pedig a tanulmányt összeggzéssel zárjuk.

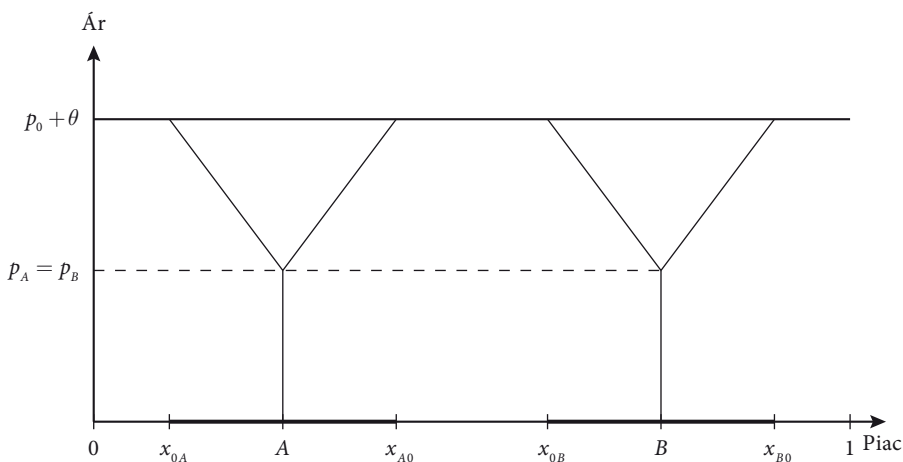
¹ *Hotelling*-féle keretrendszeren az eredeti modellt értjük, de nem annak hibás eredményével (*d'Aspremont és szerzőtársai* [1979]).

Az eredeti modell

Líjesen modellje *Hotelling* [1929] keretrendszerére épül: egy egységnyi hosszúságú képzeletbeli városban két hagyományos vállalat kereskedik, A és B . Erre a piacra lép be egy webáruház (0-val jelöljük), amely endogén módon olyan alacsony árat képes meghatározni, hogy A és B egymástól elszigetelten viselkedik, azaz – *Economides* [1984] alapján – nem versenyeznek egymással. Egy kétlépcsős játék során először A és B meghatározzák elhelyezkedésüket (x_A , x_B) a képzeletbeli városban, majd ezután a két bolt és a webáruház is döntenek az áraikról (p_A , p_B és p_0). A fogyasztók számára, ha a hagyományos vállalatoknál vásárolnak, akkor szállítási vagy utazási költség ($t > 0$) merül fel, míg ha a webáruházról rendelnek, akkor fuvardíjat ($\theta > 0$) is kell a termék árán felül fizetniük. A fogyasztó ott vásárol, ahol olcsóbban kapja meg a terméket. A piac szélein és a közepén is a webáruház helyezkedik el az alacsony árainak köszönhetően.² Így tehát balról jobbra haladva a boltok a következőképpen birtokolják a piacot (1. ábra): webáruház, A hagyományos bolt, webáruház, B hagyományos bolt és ismét a webáruház.

1. ábra

A piac és a vállalatok kereslete



Négy közömbös fogyasztó határozható meg. A legelső közömbös fogyasztó esetében, aki az A vállalat bal oldalán van, fennáll, hogy az A vállalatnak fizetendő ár és az utazási költség megegyezik a webáruház által meghatározott ár és a fuvardíj összegével. Az utazási vagy szállítási költség akkor merül fel, amikor a közömbös fogyasztó a lakhelyéről (x_{0A}) eljut az A hagyományos boltba és vissza. Formalizáltan ez a következőt jelenti:

² Ez egy technikai egyszerűsítés, amely nem változtat az eredményeken, csak analitikusan nehezebb lenne a probléma megoldása. A hagyományos boltok a profitmaximalizálás során nem érzékelnék a webáruház jelenlétét.

$$p_0 + \theta = p_A + t(x_A - x_{0A}). \quad (1)$$

Ez a feltétel analóg módon meghatározható a másik három közömbös fogyasztóra is. Ha az egyenleteket átrendezzük, akkor megkapjuk a közömbös fogyasztók elhelyezkedését az árak, a szállítási költség és a fuvardíj függvényében:

$$x_{0A} = \frac{1}{t}(tx_A + p_A - p_0 - \theta), \quad (2)$$

$$x_{A0} = \frac{1}{t}(p_0 + \theta - p_A + tx_A), \quad (3)$$

$$x_{0B} = \frac{1}{t}(tx_B + p_B - p_0 - \theta), \quad (4)$$

$$x_{B0} = \frac{1}{t}(p_0 + \theta - p_B + tx_B). \quad (5)$$

A webáruház nemcsak a képzeletbeli városban, hanem egy alternatív piacon is kereskedik, ez egy lineáris keresleti függvénnyel írható le. Feltehetően e mögött a feltételezés mögött az áll, hogy két különböző fogyasztói csoport van a modellben. Az egyik csoport – amelyről már korábban szó volt – vagy a webáruházban, vagy pedig a hagyományos boltokban vásárol. A másik csoport azonban csak a webáruházban hajlandó vásárolni, mert túlságosan elfoglalt ahhoz, hogy boltba járjon. Tegyük fel, hogy a hasznossági függvényük a következő alakot ölti: $u(x) = x - p_0$, ahol x egy pontja a b népsűrűségű $[a, a/b]$ szakasznak. Így azok a fogyasztók vásárolnak a webáruházról, akikre teljesül, hogy $0 \leq u(x)$, azaz $p_0 \leq x$, és az ő keresletük így:

$$\tilde{q}_0 = \int_{p_0}^{a/b} b dx.$$

Kifejtve ez azt jelenti, hogy

$$\tilde{q}_0 = a - bp_0. \quad (6)$$

Ezekből a feltevésekből következik az 1. és a 2. ÁLLÍTÁS.

1. ÁLLÍTÁS (LIJESEN I.) • *Létezik az árak Nash-egyensúlya, ha*

$$\theta < \frac{1}{2}t \left(1 - \frac{a}{bt+2} \right),$$

és ha ez fennáll, akkor

$$p_0^N = \frac{1}{2bt+6}(t-2\theta+at), \quad p_A^N = p_B^N = \frac{1}{4bt+12}(t+4\theta+at+2bt\theta).$$

2. ÁLLÍTÁS (LIJESEN II.) • *A Nash-egyensúlybeli elhelyezkedések tartománya az A vállalatra:*

$$\left(\frac{1}{4t} \times \frac{t + 4\theta + at + 2bt\theta}{bt + 3}, \frac{1}{4t} \times \frac{9t - 12\theta + 4bt^2 - 3at - 6bt\theta}{bt + 3} \right),$$

míg B -re:

$$\left(\frac{1}{4t} \times \frac{3t + 12\theta + 3at + 6bt\theta}{bt + 3}, \frac{1}{4t} \times \frac{11t - 4\theta + 4bt^2 - at - 2bt\theta}{bt + 3} \right).$$

Az új modell

Ugyanazokat a szereplőket – ugyanazokkal a motivációkkal – feltételezzük, mint az előzőkben. A könnyebb érthetőség kedvéért a vállalatok térbeli elhelyezkedését is feltételnek tekintjük, amit a későbbiekben feloldunk. A különbség a korábbiakhoz képest az, hogy az új modellben a webáruháznak nincs alternatív kereslete, ehelyett egymás mellett párhuzamosan több Hotelling-típusú piac működik. Tehát létezik n számú, különböző méretű képzeletbeli város, ahol egyrészt az összes piacon jelen van a webáruház, valamint minden i -edik városban vagy piacon két hagyományos bolt is van. Az első bolt A^i , a második pedig B^i . Az első bolt iránti keresletet az i -edik piacon az A^i hagyományos bolthoz tartozó közömbös fogyasztók közötti szakasz mutatja, amely a következőképpen írható fel:

$$q_{A^i} = x_{A^i0} - x_{0A^i} = \frac{2}{t}(p_0 + \theta - p_{A^i}), \quad (7)$$

ahol általánosítva a (2)-t és a (3)-t

$$x_{0A^i} = \frac{1}{t}(tx_{A^i} + p_{A^i} - p_0 - \theta), \quad (8)$$

$$x_{A^i0} = \frac{1}{t}(p_0 + \theta - p_{A^i} + tx_{A^i}). \quad (9)$$

A (7) azt fejezi ki, hogy egy adott piacon lévő hagyományos boltnak kisebb árat kell meghatároznia ahhoz, hogy pozitív kereslete legyen, mint a webáruháznak, amelynek figyelembe kell vennie a fuvardíjat is. Ezzel analóg a B^i vállalat kereslete, valamint megfigyelhető, hogy a hagyományos boltok keresletét nem befolyásolja a saját elhelyezkedésük. A profit a következőképpen írható fel nulla költségeket feltételezve:

$$\pi_{A^i} = p_{A^i} q_{A^i} = p_{A^i} \frac{2}{t}(p_0 + \theta - p_{A^i}). \quad (10)$$

Ez alapján az elsőrendű feltétel meghatározható:

$$\frac{\partial \pi_{A^i}}{\partial p_{A^i}} = \frac{2}{t}(p_0 + \theta - p_{A^i}) + p_{A^i} \frac{2}{t}(-1) = 0. \quad (11)$$

Majd átrendezve a (11)-et megkapjuk az A^i vállalat profitmaximalizáló árát a webáruház árának függvényében:

$$p_{A^i} = \frac{p_0 + \theta}{2}. \quad (12)$$

A vállalat az árát úgy határozza meg, hogy a fele legyen a rezervációs árnak, azaz később megadott definícióink szerint annak az árnak, amit a vásárló akkor fizet, ha a webáruháznál vásárol. A két vállalat, A^i és B^i problémája az i -edik piacon megegyezik, mert egymással szimmetrikusak. Ezt jól mutatja az árazási mechanizmus is, amit csak a webáruház ára és a fuvardíj paramétere befolyásol. Továbbá ezekre az eredményekre nincs hatással a piacok mérete, tehát az összes hagyományos vállalat viselkedése azonos, így keresletük és az áruk is megegyezik minden piacon. Ehhez azonban természetesen szükség van arra a feltételre, hogy a piacok elég nagyok ahhoz, hogy a vállalatok ezt megtehesék. Világos, hogy ez alapján az i -edik piacon összesen $2q_{A^i}$ keresletük lesz, a többi marad a webáruháznak, amit pozitívnak tételezünk fel. Ezt a feltételt később ellenőrizzük, hogy a paraméterek milyen feltétele mellett teljesül. Az i -edik piac mérete δ^i , ez alapján reziduálisan meghatározható a webáruház profitja az összes (minden n) piacon:

$$\pi_0 = p_0 \left[\sum_{i=1}^n (\delta^i - 2q_{A^i}) \right] = p_0 \left[\sum_{i=1}^n \left[\delta^i - \frac{4}{t} (p_0 + \theta - p_{A^i}) \right] \right]. \quad (13)$$

A webáruház profitjának elsőrendű feltétele:

$$\frac{\partial \pi_0}{\partial p_0} = \sum_{i=1}^n \left[\delta^i - \frac{4}{t} (p_0 + \theta - p_{A^i}) \right] - p_0 \sum_{i=1}^n \frac{4}{t} = 0. \quad (14)$$

Behelyettesítve a (12) összefüggést, kiszámítható a webáruház által szabható optimális ár:

$$p_0^N = \frac{t \sum_{i=1}^n \delta^i - 2n\theta}{6n} = \frac{t \sum_{i=1}^n \delta^i}{6n} - \frac{\theta}{3}. \quad (15)$$

Felhasználva a (12) és a (15) összefüggést, megkapjuk a hagyományos boltok által szabható optimális árat is:

$$p_{A^i}^N = p_{B^i}^N = \frac{p_0^N + \theta}{2} = \frac{\theta}{2} + \frac{t \sum_{i=1}^n \delta^i}{12n} - \frac{\theta}{6} = \frac{t \sum_{i=1}^n \delta^i}{12n} + \frac{\theta}{3}. \quad (16)$$

Végül a hagyományos boltok keresletét is meghatározhatjuk:

$$q_{A^i}^N = \frac{2}{t} \left[\frac{t \sum_{i=1}^n \delta^i}{6n} - \frac{\theta}{3} + \theta - \frac{t \sum_{i=1}^n \delta^i}{12n} - \frac{\theta}{3} \right] = 2 \left[\frac{\theta}{3t} + \frac{\sum_{i=1}^n \delta^i}{12n} \right]. \quad (17)$$

Az eredmények egyrészt a piacok átlagos méretétől függnének – amely súlyozva van az utazási költséggel –, másrészt a fuvardíjtól is. Az világos, hogy a költségek befolyásolják az árakat és a keresletet, azonban az átlagos piacméret szerepe első pillantásra nem tűnik egyértelműnek. A webáruház profitmaximalizálásakor egységesen kezeli a piacokat, aminek következtében a piacok átlagos mérete válik számára fontossá.

Ha a t utazási költség nő, akkor az a hagyományos boltokat negatívan érinti. A fogyasztók kisebb része juthat el a hagyományos boltokba, ezért egy részük a webáruház

választja. A webáruház emiatt magasabb árat tud meghatározni, amit követnek a hagyományos boltok is. Ez az áremelkedés a fogyasztók további lemorzsolódásához vezet, tovább csökkentve a hagyományos boltok keresletét.

A piacok méretének (vagy az átlagos piacméretnek a) bővüléséből minden bolt profitál, ami pozitív hatással van az árakra. Mindez úgy történik, hogy a hagyományos boltok kereslete még nőhet is, mert a webáruház jobban növeli az árait, mint a hagyományos boltok.

A fuvardíj emelkedése rontja a webáruház lehetőségeit, ezért kompenzálásként csökkenti az árat oly módon, hogy a költségek növekedését nem teljesen hárítja át a fogyasztókra, azaz $\partial(p_0 + \theta)/\partial\theta < 1$. Ez a hagyományos boltoknak kedvez, mert árat tudnak emelni, és közben még a keresletük is nő.

Az egyensúly szükséges feltételei

Az előző eredmények létezéséhez ellenőrizni kell, hogy pontosan milyen körülmények között teljesülnek a feltételek. Egyrészt minden piacnak elég nagynak kell lennie, hogy a feltételezett piaci struktúra megvalósítható legyen: a piac legyen akkora, hogy a két hagyományos bolt mellett a webáruháznak is legyen helye. Ehhez a két hagyományos bolt együttes keresletének együttvéve kisebbnek kell lennie, mint a teljes piac, azaz $\delta^i - 2q_{A^i}^N > 0$, vagy másként fogalmazva: legalább két hagyományos boltnak az optimális kereslete kielégíthető legyen az adott piacon, $\delta^i/q_{A^i}^N > 2$. Ezt nevezzük a piacméretkorlátnak, amely az optimum szükséges feltétele. Ekkor a (17) felhasználásával minden i -re igaznak kell lennie,³ hogy

$$\frac{3}{4} \left(\delta^i - \frac{\sum_{i=1}^n \delta^i}{3n} \right) > \frac{\theta}{t}. \quad (18)$$

Kompaktabb formában a piacméretkorlát:

$$\frac{3}{4} \left(\min_i \delta^i - \frac{\sum_{i=1}^n \delta^i}{3n} \right) > \frac{\theta}{t}. \quad (19)$$

Ez a feltétel azt biztosítja, hogy a fuvardíj elég alacsony legyen az utazási költséghez képest a piacokon, így a webáruháznak megéri belépni az összes piacra. Ebből azonban az is következik, hogy a bal oldal pozitív a fuvardíj és az utazási költség pozitívítása miatt, ekkor a zárójeles tagnak is pozitívnak kell lennie:

$$3 \min_i \delta^i > \frac{\sum_{i=1}^n \delta^i}{n}, \quad (20)$$

azaz a (19) következménye, hogy a legkisebb piac háromszoros méretének nagyobb-nak kell lennie, mint az összes piac átlagos mérete.

³ A levezetések egy része a Függelékben található.

Ezenkívül még szükséges feltétel az árak nemnegativitása is. Az a (12) alapján könnyen látható, hogy ha a webáruház ára pozitív, akkor a hagyományos bolt ára is pozitív lesz. Ahhoz, hogy belássuk, a webáruház ára pozitív, használjuk fel a következő egyenlőtlenséget:

$$p_0^N > \frac{t}{4} \left(\frac{\sum_{i=1}^n \delta^i}{n} - \min_i \delta^i \right). \quad (21)$$

Mivel tetszőleges pozitív számok átlaga nem kisebb, mint azok minimuma, így a második tag a zárójelen belül pozitív vagy nulla, így a webáruház ára pozitív, s a (19) fennállása esetén az árak pozitívak.

Ezek alapján tehát csak a piacméretkorlát szükséges pótlólagos feltevés a modellben.

Elhelyezkedés

Minden piacon vagy városban a hagyományos boltok egy elkülönült, $q_{A^i}^N$ hosszúságú szakaszon elégitik ki a vásárlók keresletét. A másik bolttal nem versenyeznek, ezért két oldalról a webáruház biztosítja a vásárlók kiszolgálását. A pontos elhelyezkedésük nem határozható meg, csak intervallumokat lehet megadni.

Ez azt jelenti, hogy minden hagyományos bolt elég nagy kereslettel rendelkezik mind a két oldalán, amit a profitmaximalizálás során a másik hagyományos vállalat és a város végpontjai nem befolyásolnak. Így egyrészt a webáruház a város szélein és a két bolt között szolgálja ki a vásárlókat, másrészt az általa kínált ár *plusz* a fuvardíj szolgál rezervációs árként a modellben. Ez utóbbi megakadályozza a hagyományos boltokat, hogy túl magas árakat szabjanak. Ennek következtében a hagyományos boltok egymástól elszigetelten működhetnek, és ebben a helyzetben semmi sem ösztönzi őket arra, hogy új helyet válasszanak.

Az előbbi gondolatmenetre építkezve számítsuk ki a (8) és a (9) egyensúlyi értéket! Látható, hogy a vállalat mindkét oldalán ugyanakkora a kereslet, $q_{A^i}^N/2$, azaz együttesen $q_{A^i}^N$.

$$x_{0A^i} = \frac{1}{t} (tx_{A^i} + p_{A^i} - p_0 - \theta) = x_{A^i} - \frac{q_{A^i}}{2} = x_{A^i} - \frac{\theta}{3t} - \frac{\sum_{i=1}^n \delta^i}{12n}, \quad (22)$$

$$x_{A^i0} = \frac{1}{t} (p_0 + \theta - p_{A^i} + tx_{A^i}) = x_{A^i} + \frac{q_{A^i}}{2} = x_{A^i} + \frac{\theta}{3t} + \frac{\sum_{i=1}^n \delta^i}{12n}. \quad (23)$$

Átrendezve a (22) összefüggést, megkaphatjuk az intervallum bal oldalát, ahol az A^i vállalat elhelyezkedhet. Ezek az elhelyezkedések biztosítják számára, hogy a szükséges kereslete meglegyen a bal oldalon, felhasználva, hogy a közömbös fogyasztók elhelyezkedése nem lehet negatív, azaz $x_{0A^i} > 0$.

$$\underline{x}_{A^i} = x_{0A^i} + \frac{q_{A^i}}{2} = x_{0A^i} + \frac{\theta}{3t} + \frac{\sum_{i=1}^n \delta^i}{12n} > \frac{\theta}{3t} + \frac{\sum_{i=1}^n \delta^i}{12n}. \quad (24)$$

Az A^i vállalatot a jobb oldalán korlátozza a B^i vállalat, ezért A^i vállalatnak legalább $q_{A^i}^N/2$ távolságra kell lennie a B^i vállalat bal oldalán lévő legutolsó fogyasztótól, hogy mindkét vállalat számára rendelkezésre álljon a szükséges kereslet. De tudjuk, hogy a szimmetria miatt B^i vállalatnak is q_{A^i} kereslete van, így jobboldalt az A^i vállalatnak a legvégső elhelyezkedése a $\delta^i - 3/2 \cdot q_{A^i}^N$ ponttól balra van. Így a lehetséges helyek intervallumának jobb oldala az A^i vállalat számára a következő:

$$\bar{x}_{A^i} = x_{0B^i} - \frac{q_{A^i}}{2} = \delta^i - \frac{3}{2}q_{A^i} = \delta^i - \frac{\theta}{t} - \frac{\sum_{i=1}^n \delta^i}{4n}. \quad (25)$$

A másik vállalat elhelyezkedése az A^i vállalathoz hasonlóan meghatározható.

A végső eredmények így:

$$x_{A^i} \in \left(\frac{q_{A^i}^N}{2}, \delta^i - \frac{3q_{A^i}^N}{2} \right) = \left(\frac{\theta}{3t} + \frac{\sum_{i=1}^n \delta^i}{12n}, \delta^i - \frac{\theta}{t} - \frac{\sum_{i=1}^n \delta^i}{4n} \right), \quad (26)$$

$$x_{B^i} \in \left(\frac{3q_{A^i}^N}{2}, \delta^i - \frac{q_{A^i}^N}{2} \right) = \left(\frac{\theta}{t} + \frac{\sum_{i=1}^n \delta^i}{4n}, \delta^i - \frac{\theta}{3t} - \frac{\sum_{i=1}^n \delta^i}{12n} \right). \quad (27)$$

Az elhelyezkedések lehetséges intervallumát befolyásolja az adott piac mérete, az átlagos piacméret, valamint a fuvardíj és az utazási költség aránya. A fuvardíj emelkedése, az utazási költségek csökkenése vagy az átlagos piacméret bővülése miatt a vállalatoknak kisebb lehetőségük van egymástól elkülönülni, azáltal hogy nő a hagyományos boltok kereslete.

Az eredmények összehasonlítása

Az 1. táblázat segít összehasonlítani a két modellt. Az eredeti modellben az a paraméter fejezi ki a külső piac méretét. Ha növeljük az a paraméter értékét, akkor az árak emelkednek, azonban a piacméretkorlát miatt felső korlátba ütközünk. Ha az alternatív piac elég nagy, akkor a webáruháznak megéri csak azzal foglalkoznia, és a kisebb piacot a hagyományos boltokra hagynia.

A módosított modellben ez kissé máshogy működik. Ahhoz, hogy növelni tudjuk a teljes piac vagy kereslet méretét a webáruház számára, a δ^i paramétereket kell növelni. Ez emeli az árakat, mivel azok a piac átlagos méretétől függenek. Ha feltételezünk egy fix méretet az egyik piacra – legyen például az első piac kereslete egységnyi, azaz $\delta^1 = 1$, mint az eredeti modellben –, akkor szintén felső korláttal kell szembesülni majd a piacméretkorlát miatt, hogy a webáruház ne hagyja el a piacot.

A továbbiakban is élünk az egységnyi hosszúságú piac feltevésével. Ezt felhasználva átrendezzük az eredményeket (2. táblázat). Az egyszerűség kedvéért tegyük fel a piac méretére vonatkozó paraméterekre, hogy megegyeznek, azaz $a = \sum_{i=2}^n \delta^i$, továbbá az árérzékenységi paraméterekre is: $bt/3 + 1 = n$ vagy másképpen: $b = 3(n-1)/t$ ($b = 0 \leftrightarrow n = 1$). Világos, hogy ebben az esetben a hagyományos boltok árai az új

1. táblázat

A modellek főbb eredményei

| | Eredeti modell (<i>Lijesen</i> [2013]) | Új modell |
|----------------------------|---|---|
| Piacméretkorlát | $\theta < \frac{t}{2} \left(1 - \frac{a}{bt+2} \right)$ | $\theta < \frac{3t}{4} \left(\min_i \delta^i - \frac{\sum_{i=1}^n \delta^i}{3n} \right)$ |
| Webáruházi ár | $\frac{t+ta-2\theta}{2bt+6}$ | $\frac{t \sum_{i=1}^n \delta^i}{6n} - \frac{\theta}{3}$ |
| Hagyományos bolti ár | $\frac{t+ta+4\theta+2bt\theta}{4bt+12}$ | $\frac{t \sum_{i=1}^n \delta^i}{12n} + \frac{\theta}{3}$ |
| A elhelyezkedése (balról) | $\frac{1}{t} \times \frac{t+ta+4\theta+2bt\theta}{4bt+12}$ | $\frac{1}{t} \left(\frac{t \sum_{i=1}^n \delta^i}{12n} + \frac{\theta}{3} \right)$ |
| A elhelyezkedése (jobbról) | $\frac{1}{t} \times \frac{4bt^2+9t-3ta-12\theta-6bt\theta}{4bt+12}$ | $\delta^i - \left(\frac{\sum_{i=1}^n \delta^i}{4n} + \frac{\theta}{t} \right)$ |

2. táblázat

Átírt változók ($\delta^1 = 1$)

| | Eredeti modell (<i>Lijesen</i> [2013]) | Új modell |
|----------------------------|--|---|
| Webáruházi ár | $\frac{t}{6 \left(\frac{bt}{3} + 1 \right)} + \frac{ta}{6 \left(\frac{bt}{3} + 1 \right)} - \frac{\theta}{3 \left(\frac{bt}{3} + 1 \right)}$ | $\frac{t}{6n} + \frac{t \sum_{i=2}^n \delta^i}{6n} - \frac{\theta}{3}$ |
| Hagyományos bolti ár | $\frac{t}{12 \left(\frac{bt}{3} + 1 \right)} + \frac{ta}{12 \left(\frac{bt}{3} + 1 \right)} + \frac{4\theta+2bt\theta}{12 \left(\frac{bt}{3} + 1 \right)}$ | $\frac{t}{12n} + \frac{t \sum_{i=2}^n \delta^i}{12n} + \frac{\theta}{3}$ |
| A elhelyezkedése (balról) | $\frac{1}{t} \left[\frac{t}{12 \left(\frac{bt}{3} + 1 \right)} + \frac{ta}{12 \left(\frac{bt}{3} + 1 \right)} + \frac{4\theta+2bt\theta}{12 \left(\frac{bt}{3} + 1 \right)} \right]$ | $\frac{1}{t} \left(\frac{t}{12n} + \frac{t \sum_{i=2}^n \delta^i}{12n} + \frac{\theta}{3} \right)$ |
| A elhelyezkedése (jobbról) | $1 - \frac{1}{4 \left(\frac{bt}{3} + 1 \right)} - \frac{a}{4 \left(\frac{bt}{3} + 1 \right)} - \frac{3}{t} \times \frac{4\theta+2bt\theta}{12 \left(\frac{bt}{3} + 1 \right)}$ | $1 - \frac{t}{4n} - \frac{t \sum_{i=2}^n \delta^i}{4n} - \frac{3}{t} \times \frac{\theta}{3}$ |

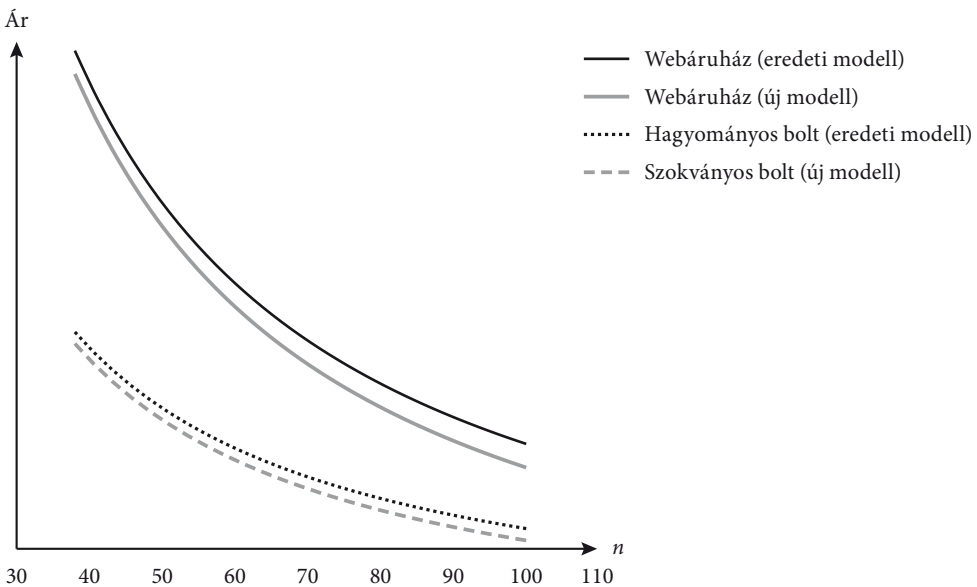
modellben alacsonyabbak, és egyszerű számításokkal igazolható, hogy ez fennáll a webáruház árazására is. Továbbá az is igaz, hogy a hagyományos boltok elhelyezkedésének intervallumai szélesebbek. Ezek igazolásához tekintsük az utolsó tagot a webáruház áránál és az elhelyezkedésnél a 2. táblázatban. Ekkor a két modell között fennáll a következő egyenlőtlenség:

$$\frac{4\theta + 2bt\theta}{12\left(\frac{bt}{3} + 1\right)} > \frac{\theta}{3}. \quad (28)$$

Ezeket az eredményeket szemlélteti a 2. ábra, ahol a külső kereslet rögzített, és a piacok száma változó.

2. ábra

Árak az eredeti, valamint a módosított modellben, rögzített kereslet mellett ($t=2$, $\theta=0,1$, $a=100$)



Az egyensúlyról

Piacméretkorlát

A következőkben feloldjuk azt a piac struktúrájának szerkezetére vonatkozó feltevésünket, hogy a két hagyományos bolt elkülönülten működik a webáruház mellett. Eközben a modellnek fontos tulajdonságait ismerhetjük meg.

Ehhez először is röviden tekintsük át a Hotelling-féle keretrendszer eredményeit *Hinloopen-van Marrewijk* [1999] összefoglaló tanulmánya alapján. A modellben két vállalatot vizsgálunk, amelyek egymással versenyeznek egy δ hosszúságú városban ugyanazzal

a termékkel. A fogyasztóknak van egy rezervációs árak (v): maximum ennyit hajlandók adott termékért kiadni, és t utazási költséget hajlandók vállalni. A termékből vagy egy egységet vásárolnak, vagy semennyit. A kérdés ekkor az, hogy hol fog elhelyezkedni a két bolt a városban, és milyen árakat ad a modell ezen kiinduló feltételezések mellett.

Definiáljuk az $\alpha = \delta/(v/t)$ értéket, a piacméretet az effektív rezervációs ár arányában, ami a rivalizáció mértékét tükrözi. Abban az esetben, ha ennek az értéke 2 vagy annál nagyobb, akkor *Economides* [1984] eredményét kapjuk meg. Ekkor a rezervációs ár olyan alacsony, hogy ha egy vállalat monopóliumként viselkedik, akkor is csak legfeljebb a piac felét fedi le. Így ha mindkét vállalat monopolista árazást alkalmaz, akkor az általuk kiszolgált fogyasztók pont annyian vannak, vagy kevesebben, mint az egész város. Emiatt a profitjuk maximalizálásához hajlandók térben elkülönülni. Ha egymással versenyeznének, akkor csökkenne a profitjuk. Ennek következtében a pontos elhelyezkedésük nem határozható meg.

Vizsgáljuk meg, hogy a tanulmány keretei között mekkora α értéke. A rezervációs ár (a webáruház ára) és a fuvardíj összege: $p_0 + \theta$, így $\alpha^i = \delta^i / [(p_0 + \theta)/t]$. Ekkor látható, hogy a (19) alapján pont azt tételezzük fel α^i -ről, hogy nagyobb, mint 2.⁴ Tehát ez a feltevés közvetetten biztosítja azt, hogy a vállalatok számára az az optimális, ha elkülönülnek, és lokális monopóliumként tevékenykednek. Így a vállalatok térbeli elhelyezkedése profitmaximalizáló viselkedésük eredménye, nem csupán egy elméleti feltevés.

Először tekintsük azt a speciális esetet, amikor csak egy piac van! Ekkor a (19) összefüggésben szereplő piacméretkorlát egyszerű alakot ölt: $\delta^1/2 > \theta/t$, azaz $\delta^1/(\theta/t) > 2$. E szerint a forma szerint úgy tűnik, mintha a webáruház fuvardíja töltené be a modellben a rezervációs ár szerepét. Valójában csak arról van szó, hogy a webáruház az adott piacon gazdaságosan tud működni, hiszen a legkisebb ár, amit meg tud határozni, a $p_0 = 0$, és ekkor $v = \theta$. Mivel azonban szigorú egyenlőtlenség áll fenn, így van tér arra is, hogy pozitív árat határozzon meg. Szóval $\alpha^1 > 2$ biztosítja, hogy a fix fuvardíj ne legyen túl magas, és a webáruház is beléphessen a piacra. Ekkor az árak pozitívak, és az A^i vállalat valahol az $[1/12\delta^1, 3/4\delta^1]$ tartományban helyezkedik el, míg a B^i vállalat az $[1/4\delta^1, 11/12\delta^1]$ tartományban. Ennek köszönhetően a vállalatoknak elegendő helyük van az optimális kereslet számára.

Ha (19) sérülne, azaz $\alpha^1 \leq 2$, akkor csak a két hagyományos bolt tevékenykedne a piacon, a webáruház nélkül. Ez a modell keretein túlmutat, mert a webáruház szempontjából érdektelen lenne. Egyenlőség esetén a két hagyományos bolt továbbra is lokális monopólium lenne, ahol a webáruház piacra való esetleges belépése fenyegettséggént jelenik meg, ami miatt a hagyományos boltok nem kívánnak magasabb árat megszabni. Egyébként, ha $\alpha^1 < 2$, akkor két eset áll fenn, attól függően, hogy α^1 mennyivel kisebb értéket vesz fel. Ekkor visszakapjuk a Hotelling-keretrendszer egyéb eseteit: először a köztes differenciálást, ha még kisebb az érték, akkor pedig az eredeti Hotelling-modellt.⁵

Az általános esetben, amikor több piac van, és a (19) teljesül, akkor a webáruház minden piacra belép. Ez a feltétel azonban nem ekvivalens azzal, mint ha minden

⁴ Lásd az F2. ÁLLÍTÁS bizonyítását a Függelékben.

⁵ Az eredeti Hotelling-modellben nem szerepel rezervációs ár.

piacra feltennénk, hogy $\delta^i/(\theta/t) > 2$, az előbbiből következik az utóbbi. Ennek megértéséhez vegyünk egy kétpiacos esetet, ahol a paraméterek értékei a következők: $\delta^1 = 5$, $\delta^2 = 20$, $t = 1$, $\theta = 2$. Ekkor a webáruház külön-külön be tud lépni mindkét piacra, mivel a piacokon fennáll, hogy $\alpha^i \geq 2$ ($\alpha^1 = 5/2$, $\alpha^2 = 10$), azonban a (19) összefüggés sérül. Ekkor a webáruháznak jobban megéri csak a nagyobb piacra koncentrálnia a magasabb profit miatt, a kisebbel nem foglalkozni. Fontos feltétel egy piacra vonatkozóan, hogy $\delta^i/(\theta/t) > 2$, de ez csak azt jelenti, hogy a webshop képes belépni a piacra és profitot termelni. Ha azonban több olyan piac van, amelyre ez az egyenlőtlenség fennáll, akkor lehet, hogy a kisebb méretű piacokat a webáruház elhanyagolja, mert a nagyobb piacokon magasabb ár meghatározásával több profitot képes elérni. Egyváltozós esetben természetesen nincs ilyen megkülönböztetés, a két egyenlőtlenség megegyezik.

Itt felmerülhet az a jogos kérdés, hogy miért ne használná ki egy másik webáruház ezt a helyzetet. Rövid gondolat kísérlet erejéig engedjük meg, hogy egy másik webáruház is belépjen, amely hajlandó kiszolgálni az első piacot. Ekkor a második piac vásárlói is ettől a webáruházától vásárolnának, így az első webáruháznak árat kell csökkentenie. Ennek értelmében hosszú távon nem fenntartható ez a kiváltságos helyzet. Tovább folytatva a gondolat kísérletet, és endogén vállalat számot feltételezve a webáruházakra, arra jutunk, hogy az egymással való versengés során a θ fuvardíj lesz az általuk kínált ár.

Összesítve az előzőket, a piacméretkorlát azt jelenti, hogy ha vannak különböző méretű piacok – amelyek mindegyikére be tud lépni a webáruház az alacsony fuvardíja miatt –, akkor a webáruház olyan árat határoz meg, hogy a kisebb méretű piacokon esetleg már nem fognak vásárolni, mert az ottani fogyasztók a hagyományos boltoknál maradnak. Teszi ezt azért, hogy a többi, nagyobb méretű piacon, ahol jelen van, magasabb árral nagyobb profitot érjen el, mint egy alacsonyabbal, ehhez viszont nem kell minden piacot kiszolgálania. Ha azonban több webáruház működik, akkor a verseny miatt ezt már nem lehet megtenni.

Hagyományos boltok endogén vállalat száma

A piaconkénti rögzített vállalat szám kapcsán felmerülhet, hogy vajon nem lehetséges-e feloldani ezt a feltételt. Ha ugyanis egy piac mérete olyan nagy, hogy akár több mint két hagyományos bolt keresletét kielégítse, akkor miért nem lép be egy új vállalat a piacra az eddigiekben bemutatott logika alapján.

Erre a problémára az első lehetőség egy korlát bevezetése, ami biztosítja, hogy maximálisan két hagyományos bolt legyen jelen a piacon. Ez alapján minden i -re igaznak kell lennie, hogy $\delta^i/q_{A^i}^N < 3$. Ez ekvivalens azzal, hogy

$$\max_i \delta^i < \frac{2\theta}{t} + \frac{\sum_{i=1}^n \delta^i}{2n}. \quad (29)$$

Van azonban a θ paraméternek egy felső korlátja (19). A (19) és a (29) összefüggés együtt azt biztosítja, hogy minden piacon pontosan csak két vállalat fér el:

$$\max_i \delta^i < \frac{2\theta}{t} + \frac{\sum_{i=1}^n \delta^i}{2n} < \frac{3}{2} \min_i \delta^i. \quad (30)$$

A másik lehetőség az, hogy a modellt rövid távon értelmezzük, ahol a vállalatok száma exogén. Ebben az esetben a modellnek kell egy hosszú távú változatának is lennie, amelyben a vállalatok endogén módon léphetnek be a piacra, mivel például a népességszám idővel változik. Most nem célunk ezt a modellt részletesen bemutatni, mert ennek a komplexitása túlmutat a modell keretein. A hagyományos boltok optimális száma nem folytonos változó, így számítógépes módszerekre lenne szükség.

Arra azonban vállalkozunk, hogy megsejtsük ennek a hosszú távú modellnek a működési mechanizmusait. Az eredmények hasonlóak lehetnek az eddigiekhez, ha hosszú távon a vállalatok száma endogén módon kialakulhat. A webáruház mindig a reziduális kereslettel szembesül, azaz a piac méretéből le kell vonni a hagyományos boltok számát, ami immár nem növelhető tetszőlegesen, feltételezve a piacok rögzített számát. Ha az egyik piac olyan mértékben megnő, hogy beléphet egy új vállalat, az érinti a webáruház reziduális keresletét. Tekintsük a módosított modell egy olyan rövid távú változatát, amelyben ismerjük az optimális vállalatsszámot minden piacra, így a megoldás egybe is esik a hosszú távú megoldással:

$$p_{L0}^N = \frac{t \sum_{i=1}^n \delta^i}{3 \sum_{i=1}^n n^i} - \frac{\theta}{3}, \quad (31)$$

$$p_{LA^i}^N = \frac{t \sum_{i=1}^n \delta^i}{6 \sum_{i=1}^n n^i} + \frac{\theta}{3}. \quad (32)$$

A nevező változik a korábbiakhoz képest, de ha feltesszük, hogy $n^i = 2$ minden piacra, akkor visszakapjuk a korábbi megoldásokat. Az eredmények azt mutatják, hogy a webáruház és a hagyományos boltok árai csökkennek a hagyományos vállalatok számának növekedésével. A rövid távhoz képest így több vállalat léphet be, ami ösztönzi a versenyt. Továbbá a (17) szerint ez a verseny csökkenti a hagyományos boltok keresletét. Másrészt ez ahhoz is vezet, hogy a hagyományos boltok teljes kereslete növekszik, így a reziduális kereslete a webáruházaknak állandóan csökken. Következésképp az eredmények sokkal nagyobb versenyt mutatnak a vállalatok nagyobb száma miatt.

Gazdaságpolitikai következtetések

A modell gazdaságpolitikai következtetésekkel is szolgál. Egyrészt alátámasztja azt a tézist, hogy célszerű a piaci korlátokat lebontani⁶ – legalábbis ezeken a piacokon. Ez nagyobb versenyre kényszeríti mind a hagyományos boltokat, mind a webáruházakat, mivel egyre több szereplő tud belépni, amiből a fogyasztók az árak csökkenésén keresztül nyernek. Láttuk, hogy ha több webáruház van jelen, akkor

⁶ Beleértve akár a külföldi webáruházakat is.

a versenyük a fuvardíj szintjére csökkenti az árakat, amire a hagyományos boltok még kisebb árral reagálnak.

Másrészt a térbeli gazdaságtan azon alapvető tézise is fennáll, hogy érdemes a szállítási költségek csökkenését ösztönözni. Ez ugyanúgy nagyobb árversenyhez vezet, mint a piaci korlátok lebontása. A fogyasztók utazási költsége mérséklődik, így a termékek könnyebben beszerezhetővé válnak. Ezzel párhuzamosan csökken a fuvardíj is, ami a rezervációs áron keresztül befolyásolja az árakat. A hagyományos boltok árai egyértelműen csökkennek az általuk a (16) összefüggés alapján szabható optimális árak érvényesülésekor. A webáruházak esetén nem egyértelmű a helyzet, az árakat a fuvardíj és az utazási költség viszonya befolyásolja. Mivel nem tudni, hogy ez a kettő hogyan függ az általános szállítási költségektől, ugyanis függvényformájukat nem ismerjük, így nehéz bármit is mondani. Ettől függetlenül az magától értetődőnek tűnik, hogy a webáruháznak a fajlagos – egy személyre vonatkozó – szállítási költsége nagyobb mértékben csökkenhet, mint a fogyasztók utazási költsége. Emiatt a fuvardíj/utazási költség (θ/t) arány is csökkenhet, ami által a korábban elszigetelt piacok elérhetővé válnak. Ennek köszönhetően ezeken a piacokon is nagyobb verseny alakulhat ki. Mindezek értelmében azok a beruházások hasznosak, amelyek a szállítási költségek csökkentését célozzák. Így például az infrastruktúrafejlesztések fontos szerepet töltenek be a fogyasztók helyzetének javításában a gazdaság fejlesztésén túl.

Összegzés

A tanulmány *Lijesen* [2013] modelljének módosított változatát mutatta be. Az új modell inkább a térbeliségre helyezi a hangsúlyt, így alkalmasabb lehet bizonyos problémák megértéséhez. A lineáris külső kereslet feltevése helyett az új modell $n - 1$ számú és különböző méretű piacot vezetett be, hogy más megközelítésből világítsa meg a problémát. A két modell eredményei hasonlóak, de van néhány apróbb különbség.

A megfelelő átalakítások után az árak, a lehetséges elhelyezkedések intervallumai és a piacméretkorlátok hasonlóak. A külső piac növekedése vagy a versenyző vállalatok számának csökkenése növeli mindkét esetben az árakat. Az új modell struktúrája azonban sokkal kompetitívebb, az árak alacsonyabbak, és a hagyományos boltoknak javul a lehetőségük, hogy térben jobban el tudjanak különülni egymástól.

Az új modellben fontos szerepet kap a piacméretkorlát, amely meghatározza, hogy a webáruház melyik piacokat akarja kiszolgálni, és melyek azok, amelyeket a hagyományos boltoknak hagy. Továbbá a rögzített vállalatszám feltevésének a feloldása nagyobb versenyre ösztönöz azzal, hogy új szereplők léphetnek be. Érdekes eredményekkel szolgál, hogy ha megengedjük a webáruházak árversenyét, akkor a kiszállítási díj szintjére csökken az ár. Ha viszont a hagyományos boltok száma endogén, akkor elmondható, hogy a bemutatott modellhez képest szintén tovább erősödik a verseny, és alacsonyabb árakat kapunk.

Gazdaságpolitikai következtetésekkel is szolgál a modell. Ezek egyrészt támogatják az e-kereskedelem teljes liberalizációját, ami az árak mérséklődéséhez vezet.

Másrészt a szállítási költségek csökkentése – például az infrastruktúrafejlesztés – is fontos eszköz, mivel megteremti annak a lehetőségét, hogy több piacra jusson el az e-kereskedelem, a webáruházak szolgáltatásai, így csökkentve a piacokon az árakat.

Hivatkozások

- BIRG, L. [2015]: Cross-border or online: Tax competition with mobile consumers under destination and origin principle. CEGE, DP 265. <https://doi.org/10.2139/ssrn.2709654>.
- BLAZEWICZ, J.–BOUVRY, P.–KOVALYOV, M.–MUSIAL, J. [2014]: Internet shopping with price sensitive discounts. 4OR, Vol. 12. No. 1. 35–48. o. <https://doi.org/10.1007/s10288-013-0230-7>.
- BÖCKEM, S. [1994]: A generalized model of horizontal product differentiation. The Journal of Industrial Economics, Vol. 42. No. 3. 287–298. o. <https://doi.org/10.2307/2950571>.
- D’ASPREMONT, C.–GABSZEWICZ, J.–THISSE, J. [1979]: On hotelling’s “stability in competition”. Econometrica, Vol. 47. No. 5. 1145–1150. o. <https://doi.org/10.2307/1911955>.
- DUKES, A.–LIU, L. [2015]: Online shopping intermediaries: The strategic design of search environments. Management Science, Vol. 62. No. 4. 1064–1077 o. <https://doi.org/10.1287/mnsc.2015.2176>.
- ECONOMIDES, N. [1984]: The principle of minimum differentiation revisited. European Economic Review, Vol. 24. No. 3. 345–368. o. [https://doi.org/10.1016/0014-2921\(84\)90061-8](https://doi.org/10.1016/0014-2921(84)90061-8).
- HINLOOPEN, J.–VAN MARREWIJK, C. [1999]: On the limits and possibilities of the principle of minimum differentiation. International Journal of Industrial Organization, Vol. 17. No. 5. 735–750. o. [https://doi.org/10.1016/s0167-7187\(97\)00059-3](https://doi.org/10.1016/s0167-7187(97)00059-3).
- HOTELLING, H. [1929]: Stability in competition. The Economic Journal, Vol. 39. No. 153. 41–57. o. <https://doi.org/10.2307/2224214>.
- HU, Z.–H.–WEI, C.–LI, Q.–XIAO, F. [2014]: Competition with online and offline demands considering logistics costs based on the Hotelling model. Mathematical Problems in Engineering, 1–12. o. <https://doi.org/10.1155/2014/160782>.
- LIJESSEN, M. [2013]: Hotelling’s webshop. Journal of Economics, Vol. 109. No. 2. 193–200. o. <https://doi.org/10.1007/s00712-012-0303-7>.
- SALOP, S. C. [1979]: Monopolistic Competition with Outside Goods. The Bell Journal of Economics, Vol. 10. No. 1. 141–156. o. <https://doi.org/10.2307/3003323>.
- WOECKENER, B. [2002]: Spatial competition with an outside good and distributed reservation prices. Journal of Economics, Vol. 77. No. 2. 185–196. o. <https://doi.org/10.1007/s00712-002-0546-9>.

Függelék

Fontosabb levezetések

F1. ÁLLÍTÁS • Ha $\theta, b, t > 0$, akkor $\frac{4\theta + 2bt\theta}{12\left(\frac{bt}{3} + 1\right)} > \frac{\theta}{3}$.

BIZONYÍTÁS

$$\frac{4\theta + 2bt\theta}{12\left(\frac{bt}{3} + 1\right)} = \frac{4\theta + 2bt\theta}{4bt + 12} = \theta \frac{bt + 3 - 1}{2bt + 6} = \theta \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2bt + 6} \right) > \theta \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{6} \right) = \frac{\theta}{3}.$$

$$\text{F2. ÁLLÍTÁS} \bullet \text{Ha } 0 < \delta^i - 2q_{A^i}^N, \text{ akkor } \frac{3}{4} \left(\delta^i - \frac{\sum_{i=1}^n \delta^i}{3n} \right) > \frac{\theta}{t}.$$

BIZONYÍTÁS • Használjuk fel a (7) és a (12) összefüggést az átalakításokhoz:

$$0 < \delta^i - 2q_{A^i}^N = \delta^i - \frac{4}{t}(p_0 + \theta - p_{A^i}) = \delta^i - 2\frac{p_0 + \theta}{t}.$$

Ez az alak jól mutatja, hogy a rezervációs ár a $p_0 + \theta$, és a (19) feltétel azt jelenti, hogy $\alpha^i > 2$. Ezután helyettesítsük be a webáruház árának optimális értékét, a (15) összefüggést:

$$\delta^i - \frac{2}{t} \left(\frac{t \sum_{i=1}^n \delta^i}{6n} + \frac{2\theta}{3} \right) = \delta^i - \frac{\sum_{i=1}^n \delta^i}{3n} - \frac{4}{3} \times \frac{\theta}{t},$$

így

$$\delta^i - \frac{\sum_{i=1}^n \delta^i}{3n} > \frac{4}{3} \frac{\theta}{t}.$$

F3. ÁLLÍTÁS • Ha fennáll a (19) összefüggés, akkor a webáruház pozitív árat határoz meg.

BIZONYÍTÁS

$$\begin{aligned} p_0^N &= \frac{t \sum_{i=1}^n \delta^i}{6n} - \frac{\theta}{3} > \frac{t \sum_{i=1}^n \delta^i}{6n} - \frac{1}{3} \frac{3t}{4} \left(\min_i \delta^i - \frac{\sum_{i=1}^n \delta^i}{3n} \right) = \frac{t \sum_{i=1}^n \delta^i}{6n} - \\ &- \frac{t}{4} \min_i \delta^i + \frac{t \sum_{i=1}^n \delta^i}{12n} = \frac{t \sum_{i=1}^n \delta^i}{4n} - \frac{t}{4} \min_i \delta^i = \frac{t}{4} \left(\frac{\sum_{i=1}^n \delta^i}{n} - \min_i \delta^i \right). \end{aligned}$$

F4. ÁLLÍTÁS • Ha fennáll a (19) összefüggés, akkor $\forall i$ esetén $\delta^i/(\theta/t) > 2$.BIZONYÍTÁS • Minden egyes i esetén fennáll, hogy

$$\frac{3}{4} \left(\delta^i - \frac{\sum_{i=1}^n \delta^i}{3n} \right) > \frac{\theta}{t}.$$

Átrendezve $\forall i$

$$\left(3\delta^i - \frac{\sum_{i=1}^n \delta^i}{n} \right) / \frac{\theta}{t} > 4.$$

Vegyük a legkisebb méretű piacot:

$$\left(2 \min_i \delta^i + \min_i \delta^i - \frac{\sum_{i=1}^n \delta^i}{n} \right) \bigg/ \frac{\theta}{t} > 4.$$

Ekkor a $\min_i \delta^i - \frac{\sum_{i=1}^n \delta^i}{n} \leq 0$, ezért elhagyható, hogy az egyenlőtlenség továbbra is igaz legyen:

$$2 \min_i \delta^i \bigg/ \frac{\theta}{t} > 4,$$

azaz

$$\min_i \delta^i \bigg/ \frac{\theta}{t} > 2.$$

Ez igaz a legkisebb piacméretre, így viszont az ennél nagyobbakra is.

F5. ÁLLÍTÁS • Ha igaz, $\forall i$ esetén, hogy $2 < \delta^i / q_{A^i}^N < 3$, akkor

$$\max_i \delta^i < \frac{2\theta}{t} + \frac{\sum_{i=1}^n \delta^i}{2n} < \frac{3}{2} \min_i \delta^i.$$

BIZONYÍTÁS • Először rendezzük át a feltétel jobb oldalát, és használjuk fel az optimális keresletet. Ebből már adódik a bizonyítás második fele:

$$\delta^i < \frac{2\theta}{t} + \frac{\sum_{i=1}^n \delta^i}{2n}.$$

Ezután pedig alkalmazzuk a 4. ÁLLÍTÁST az effektív fuvardíjra, azaz:

$$\delta^i < \frac{2\theta}{t} + \frac{\sum_{i=1}^n \delta^i}{2n} < \frac{3}{2} \left(\delta^i - \frac{\sum_{i=1}^n \delta^i}{3n} \right) + \frac{\sum_{i=1}^n \delta^i}{2n} = \frac{3}{2} \delta^i.$$