KÖZGAZDASÁGI SZEMLE, LXII. ÉVF., 2015. NOVEMBER (1158–1171. o.)

FLISZÁR VILMOS

Csökkenthető-e a referencia-kamatlábak manipulálásának valószínűsége?

Lehetséges irányok egy egyszerűsített modell alapján

A londoni irányadó bankközi kamatlábbal kapcsolatos manipulációs botrány kirobbanásával kiemelt figyelem összpontosult a piaci referenciaértékekre. Míg azonban 2012–2013 között a referencia-kamatlábakkal kapcsolatos publikációk a múltra és a manipulálásra helyezték a hangsúlyt, addig a legújabb tanulmányok célja, hogy milyen lépésekkel lehet a manipulációt csökkenteni. A tanulmány a londoni bankközi referencia-kamatláb jegyzését veszi alapul, és egy egyszerűsített modell segítségével megmutatja, hogy milyen lehetőségek vannak a szabályozók kezében a manipulálási ösztönzők visszaszorítására. Az eddig adott szabályozói válaszok is ebben az irányban indultak el, és ezek az irányok lehetnek a kulcselemei a jövőben megalkotott szabályozói követelményeknek is.*

Journal of Economic Literature (JEL) kód: E58, G21, G28.

Az elmúlt időszakban a médiacsatornák többségén jelentős figyelmet kapott a londoni bankközi referencia-kamatláb vagy röviden Libor *(London Interbank Offered Rate).* 2012 nyarán vált ismertté, hogy éveken keresztül a londoni bankközi referencia-kamatjegyzést *(fixing)* végző bankházak egy része – többek között a Barclays, a UBS, az RBS – manipulálta a kamatrögzítési folyamatot (*FSA* [2012]). Ennek következtében a londoni bankközi kamatláb szintje ahelyett, hogy a definícióban megadott mögöttes termék valós piacát jelenítette volna meg, az egyes jegyző intézmények érdekeit szolgálta. A probléma súlyát mutatja, hogy a Libor-jegyzésekhez világviszonylatban több mint 300 ezermilliárd dollár értékű tranzakció kapcsolódik.

A Libor definíciójának rövid ismertetését a manipulálási ösztönzők bemutatása követi, kiemelve, hogy a manipulációval a kamatjegyző intézmények számára a többi szereplő viselkedésétől függetlenül magasabbak lesznek a kifizetések, mint az igazmondás esetén – vagyis ezen intézmények számára a manipuláció optimális

* A szerző köszönetét fejezi ki *Forgó Ferencnek* a tanulmány elkészítése során tett észrevételeiért, a tartalmi megállapítások kiemelését segítő iránymutatásaiért.

Fliszár Vilmos, a Budapesti Corvinus Egyetem PhD-hallgatója (e-mail: fliszar.vilmos@gmail.com).
A kézirat első változata 2015. március 19-én érkezett szerkesztőségünkbe.
DOI: http://dx.doi.org/10.18414/KSZ.2015.11.1158

választás az igazmondással szemben, amennyiben eltekintünk a definícióban megfogalmazott „igazmondás" feltételtől.

Egy egyszerűsített modell segítségével, illetve a Barclaysra kiszabott bírságok összértékének, valamint az Európai Bankhatóság *(European Banking Authority, EBA)* által végzett 2014-es stresszteszt Barclaysra vonatkozó adatait alapul véve arra is becslést adunk, hogy egy ilyen szituációban mekkora lebukási valószínűséggel szembesül az adott intézmény, és hány napon keresztül érdemes a manipulációt folytatnia. A modell eredményei rámutatnak, hogy a jelenlegi definíció mellett a szabályozó hatóságok milyen irányú lépésekkel csökkenthetik a referencia-kamatlábak manipulálásának valószínűségét. Az ilyen irányú törekvések tükröződnek vissza a 2012 óta publikált referencia-kamatlábakra vonatkozó szabályozói iránymutatásokban is (például *FSA* [2012], *GFMA* [2012], *EBA–ESMA* [2012], *IOSCO* [2013] és *PSZÁF* [2013]).

A Libor-botránynak a forint referencia-kamatlábára (Bubor) is jelentős hatása volt. Első lépésként a pénzügyi felügyelet 2012-ben megkezdte a vizsgálatát a múltbeli jegyzésekkel kapcsolatosan, melynek eredményeképpen született a fent hivatkozott ajánlás (*PSZÁF* [2013]). A Bubor és más referencia-kamatlábak vizsgálatai a tudományos kutatásokra is kihatottak: egyre több publikáció jelent meg a kamatjegyzési folyamatról. A tanulmányok megjelenése folyamatos, hiszen még nem zárult le a referencia-kamatlábak szabályozási reformja. A nemzetközi Pénzügyi Stabilitási Tanács *(Financial Stability Board, FBS)* 2014-es publikációja nyomán megkezdődött egy alternatív Libor-referenciakamatláb kidolgozásának előkészítése is (*FSB* [2014]), amellyel kapcsolatos eredmények 2016-ra várhatók (például *Jones* [2014]).

A széles körű társadalmi érintettség, illetve a 2012-ben feltárt manipuláció súlya miatt várhatóan a téma folyamatosan visszatérő eleme lesz a tudományos vitának is. 2012 óta a referencia-kamatlábakkal kapcsolatosan magyar nyelven is számos tanulmány jelent meg a tudományos folyóiratokban. *Csizmadia* [2013] a Libor és a Bubor rendszerét hasonlította össze az angol felügyelet Wheatley Review jelentése alapján. *Erhart és szerzőtársai* [2013] a Libor-vizsgálat más nemzetközi referencia-kamatlábakra gyakorolt hatásait mutatta be. *Fliszár* [2015] a referencia-kamatláb Bubor-jegyzésekből tükröződő piaci tulajdonságait – a mögöttes termék piacának kiszáradását – vizsgálta. *Erhart–Mátrai* [2015] a magyar jegybank által vezérelt Bubor-reform lépéseit vetette össze a nemzetközi trendekkel. *Horváth–Makay* [2015] a bankközi referenciakamatok elemzési módszertanát, valamint a 2014-es hazai statisztikai vizsgálat eredményét mutatta be. E tanulmány csak az éves ciklikusság szempontjából tekinthető az első hazai vizsgálatnak, módszertana számos átfedést mutat például a PSZÁF 2013-ban publikált részletes elemzésével (*Fliszár* [2013]), illetve *Fliszár* [2015] módszertanának egyes elemeivel.

A Buborral kapcsolatos magyar publikációk bemutatása is mutatja, hogy a területen jelenleg is aktív kutatói munka folyik, amely biztosan nem záródik le a bankközi referencia-kamatlábak jegyzésének reformjával, hiszen új elemzési eljárások is születnek, amelyek kiváló kiindulási alapot nyújtanak a jövőbeli tudományos publikációk számára is. Ezen publikációk létrejöttét a téma hatalmas mértékű társadalmi érintettsége is ösztönzi.

A Londoni Bankközi Referencia Kamatláb (Libor) definíciója

A Libor definíciójának alapja az a kérdés, amelyre a jegyzést végző intézményeknek naponta, adott időpontban kell elküldeniük a legjobb tudásuk szerinti válaszukat a jegyzéseket összesítő szervezet számára. „Milyen kamatláb mellett juthatna a jegyzést végző bank fedezetlen bankközi forráshoz releváns piaci mértékben délelőtt 11 órakor?" (*IBA* [2015]).

A jegyzés kulcstényezőinek a következők tekinthetők: *1.* a fedezetlen bankközi forrás, ami kizárólag a pénzintézet piaci megítélésén alapul; *2.* a jegyzést végző bank mint meghatározó piaci szereplő és *3.* a releváns piaci méret, azaz a jegyzést végző bankok működésében meghatározó összegnagyság (*Fliszár* [2015]).

A londoni bankközi referencia-kamatlábat 10 devizában jegyzik 15 különböző lejárattal: egy naptól kezdve egészen az egyéves lejáratig (például az angol font esetén 16, az amerikai dollár esetén pedig 18 intézmény bevonásával). A kamatjegyzők listájának meghatározása évente történik a jegyzést önkéntesen vállaló intézmények közül. A botrány által kiváltott reformokig a jegyzési folyamatban az angol szabályozó, a Bank of England nem vett részt. Az adatokat a Thomson Reuters kérte be, összesítette és publikálta. Az újraszabályozás óta, 2014. január 31-től az Intercontinental Exchange Benchmark Administration (IBA) végzi a jegyzések koordinálását.

A definíció kulcstényezőinek kiemeléséből is látható, hogy a jegyzést végző bankoknak valójában a saját piaci megítélésükről is véleményt kell formálniuk, és ezt nyilvánosságra is kell hozniuk a saját Libor-jegyzésükön keresztül. Vagyis a jegyzéseknél nem kizárólag csak a profitérdekek jelennek meg, hanem reputációs kérdések is, mivel a valóstól eltérő értékek jegyzésével egy aktív kamatjegyző intézmény képes elrejteni a saját kedvezőtlen piaci megítélését is. A Libor jegyzésének folyamatát megalkotók jóhiszeműen ez utóbbi szempontot kevésbé vették számításba.

Matematikailag a Libor-definíció szerint nem más, mint egy egyszerű nyesett számtani átlag. A Libor esetén a jegyzések alsó, illetve felső 25 százalékát hagyják el, és a nyesett sokaság egyszerű számtani átlaga jelenti a napi referencia-kamatlábat. Például 16 kamatjegyző esetén a legkisebb és a legnagyobb négy-négy jegyzést hagyják el.

A fenti nyesés képes korlátozni a profitérdek megjelenését, hiszen önmagában egy intézmény adott irányú túl- vagy aluljegyzése még nem okoz jelentős elmozdulást a referencia-kamatláb szintjében, hiszen egy szélsőséges jegyzés a nyesés során kiesik, így hatása jelentősen lecsökken. A Libor szintjének jelentősebb elmozdításához több intézmény kooperációja szükséges. Ugyanakkor a reputációs kérdés esetén a nyesés már nem nyújt igazi megoldást, hiszen még egy kieső jegyzés esetén is képes az aktív kamatjegyző intézmény saját magáról kedvezőbb képet kialakítani. A gyakorlatban a fenti két érdek egyszerre jelenik meg, jelentős ösztönzőket teremtve a piaci szereplők számára a jegyzés manipulálására. Ezeknek a múltban sokan nem is tudtak ellenállni.

A manipulálhatóságot megkönnyíti, hogy a jegyzés lényegében a részt vevő bank véleményének tekinthető, és nem kapcsolódik szorosan valós üzletkötésekhez. Emellett a jegyzést végzők pontosan ismerik a számítási folyamatot, így a résztvevők bizonyos szintű kooperációja mellett a manipulálás eredményét is kellően pontosan előre meg tudják határozni. Egy ilyen esetben azonban már sokszor kérdéses, hogy a döntéshozók képesek-e felmérni annak a következményeit is, hogy mekkora társadalmi költségekkel járna egy piaci bizalmat elvesztett referenciaráta helyettesítése vagy a piaci bizalom helyreállítása. Vagyis amikor az esetleges manipulálásról döntenek, az igenhez és a nemhez kapcsolódó „költségek” csak egyik esetben mérhetők fel kellően pontosan, a másik esetben jelentős szubjektív elemek is torzíthatják a döntéshozó információit.

A Libor meghatározásához kapcsolódó manipulálási ösztönzők

A következőben rövid logikai levezetés illusztrálja a kamatjegyzést végző intézmények ösztönzőit a Libor értékének manipulálására. A manipuláció választásának lehetőségét játékelméleti eszköztárral korábban többen is vizsgálták (például *Haaker* [2013] és *Diehl* [2013]).[1] Esetünkben a későbbi elemzéshez azonban elegendő ezen ösztönzők egyszerűbb eszközökkel történő szemléltetése, ugyanakkor az említett játékelméleti cikkektől eltérően a többi piaci szereplő által birtokolt információ is megjelenik minimális mértekben a modellben.

Az egyszerűsítés kedvéért tegyük fel, hogy a kamatjegyzési folyamatban hat[2] intézmény (*A, B, C, D, E, F*) vesz rész, melyek jegyzései közül a legmagasabb, illetve a legalacsonyabb értéket hagyjuk el. A maradék négy egyszerű számtani átlaga jelentse a napi rögzített referenciaértéket. A referencia-kamatláb rögzítési eljárása során az aktív kamatjegyző intézmények szimultán határozzák meg az egyedi jegyzéseiket. Emellett tegyük fel, hogy adott egy tartomány, amelynek bármely értékét jelenti be az aktív kamatjegyző intézmény, a jegyzés valódiságát sem a többi kamatjegyző, sem a felügyeleti hatóság nem kérdőjelezi meg, vagyis a rendelkezésre álló információik alapján nem tudják megállapítani, hogy F igazat mond-e, vagy manipulál. Jelölje az így választható kamatszintek tartományát $[L, U]$, ahol $L \geq 0$ és $U \geq 0$, és $U > L$, vagyis nem csak egy ilyen kamatszint létezik az adott kereskedési napon. Továbbá feltesszük, hogy az L és az U kamatszint pontos értékét F intézmény sem ismeri,[3] ugyanakkor a V valós értékre[4] igaz a következő: $L < V < U$.

Az F intézménynek csak a saját piaci pozícióiról van teljes információja, amelyről feltesszük, hogy a vizsgált napon lejáró bankközi pozícióit figyelembe véve a nagyobb referencia-kamatláb jegyzése nagyobb bevételt eredményez (ezzel analóg

[1] *Haaker* [2013] kétszereplős játék esetén játékelméleti eszköztárral szemléltette a manipulálási problémát. *Diehl* [2013] meghatározott játékában már a nyesési mechanizmus is megjelenik.

[2] A hat aktív kamatjegyző feltételezése a szerző önkényes választása. A nyesési mechanizmus megjelenítéséhez négy kamatjegyző feltételezése minimális feltétel.

[3] Ebből következik, hogy a többi kamatjegyző intézmény sem ismerheti, hiszen F kamatjegyzést befolyásoló tulajdonságairól nem rendelkezhetnek több információval F-nél. Ugyanakkor F számára sem ismert, hiszen a felügyelő hatóság belső ellenőrzési mechanizmusait sem ismeri F teljes körűen. F-nek bizonyára van erről vélekedése, de ez egyáltalán nem biztos, hogy egybeesik a valós L és U értékekkel.

[4] V azt a tényleges, valós és az intézmény számára legkedvezőbb kamatszintet jelöli, melyen a kamatjegyző intézmény fedezetlen bankközi forráshoz lenne képes jutni a jegyzés definíciójában megadott időpontban.

módon az alacsonyabb kisebb profitot vagy netán veszteséget is). A további egyszerűsítés kedvéért feltesszük, hogy *F* csak két saját referencia-kamatláb jegyzése közül választhat: egyrészt a valós érték (V), másrészt – megsértve a referenciaérték-jegyzési szabályzatát – egy manipulált érték (M) közül. Legyen $V < M$, és tegyük fel továbbá, hogy az *M* érték sem tér el olyan mértékben a *V*-től, hogy az a felügyeleti hatóságban vagy más aktív kamatjegyzőben megkérdőjelezné *F* jegyzésének a hitelességét, vagyis legyen $M \leq U$. (Itt hangsúlyoznunk kell, hogy már néhány bázispontos elmozdulással is jelentős bevételre tehet szert egy meghatározó piaci szereplő a bankközi ügyletei révén.) Emellett feltesszük, hogy *M* a legnagyobb olyan érték, amelyről *F* biztosan tudja, hogy eleme a $[V, U]$ intervallumnak. Ha *V*-t jelent, a kifizetése *x* lesz,[5] az *M* jegyzése esetén pedig $x + y$, ahol, $y \geq 0$, hiszen a feltételek rögzítik, hogy magasabb referenciaérték nagyobb profitot hoz *F* számára. Egyenlőség azért lehetséges, mert például előfordulhat, hogy mind a *V*, mind az *M* jegyzés a nyesés során kiesik az átlagolásból. Mivel az *M* jegyzés mértéke nem kelt gyanút, *F*-nek nem kell attól sem tartania, hogy a későbbiekben a többi piaci szereplő a hamis jegyzése miatt fellép ellene. Ekkor nyilvánvaló, hogy *F* számára az *M* jegyzés választása optimális, vagyis megéri manipulálnia. Könnyen belátható, hogy ha eltekintünk a kooperáció lehetőségétől, és minden szereplő a döntésénél a saját piaci pozícióiból indulna ki, minden szereplő manipulálna, vagyis senki sem mondana igazat (a bizonyítást lásd a *Függelékben*).

Fontos hangsúlyozni, hogy amennyiben létezne $N = M + \varepsilon$ jegyzés, ahol $\varepsilon \geq 0$, és *N* szintén benne van a $[V, U]$ intervallumban, akkor *N* jegyzés választása gyengén dominálná *M* választását, vagyis *F* nem járna rosszabbul, ha *N*-t mond *M* helyett. Ha feloldanánk a feltevésünket, és *F* ismerné az *U*-t, akkor a fentiekhez hasonlóan belátható, hogy *U* lenne az optimális választás (a bizonyítást lásd a *Függelékben*).

A Libor esetében azonban a kamatjegyző intézmény jelenlegi kamatpozícióin túl a definíción keresztül egy másik manipulálásra ösztönző csatorna is megjelenik. A definíció szerint az aktív kamatjegyző intézménynek arról kell nyilatkoznia, hogy milyen áron jutna fedezetlen forráshoz a bankközi piacon.[6] Egy nagyobb érték azt jelzi, hogy az intézmény pozícióját a piaci szereplők rosszabbnak ítélik, és csak drágábban hajlandók finanszírozni a működését, így érdeke, hogy alacsonyabb értéket jelentsen, ezáltal „jobb" színben tüntesse fel magát a többi piaci szereplő előtt. Itt az intézmény a piaci szereplők közötti aszimmetrikus információt használhatja fel manipulatívan, hiszen a lehető legtöbb információval a saját pozíciójáról önmaga rendelkezik.

Tekintsük újra az *F* intézményt, és tegyük fel, hogy piaci zavarok miatt a bankközi források árazása nagyon érzékennyé válhat a forrást felvevő intézmény piaci megítélésére. A minél alacsonyabb működési költségek elérése érdekében az *F* intézménynek az a célja, hogy minél olcsóbban jusson piaci forráshoz, és a referenciaérték jegyzésével akár a forrásszerzési problémáit is elrejtse. Egyszerűsítésként feltesszük, hogy *F*

[5] Az *x* negatív értéket is felvehet. Ekkor a manipulált jegyzéssel a kamatjegyző intézmény a veszteséges működését is képes lehet leplezni.

[6] A forint referencia-kamatláb (Bubor) esetében a definíció szerint az intézmények arról nyilatkoznak, milyen áron tudnak fedezetlen bankközi hitelt kihelyezni, vagyis nem a saját megítélésüket közvetítik.

mindössze két jegyzés közül választhat. Vagy a valós (V) értéket jelenti, vagy egy jelzésértékű S értéket jelez, ahol $S < V$ és $S \leq L$, vagyis a többi résztvevő nem kérdőjelezi meg a jegyzés valódiságát. Feltételezzük, hogy S a legalacsonyabb olyan érték, amelyről F biztosan tudja, hogy eleme az $[L, V]$ intervallumnak. Amennyiben az intézmény V-t jelent, a működési költsége x, amennyiben S-t, akkor $x - z$, ahol $z \geq 0$. Ekkor F számára S választása kifizetődőbb V-vel szemben, hiszen alacsonyabb működési költség mellett végzi a tevékenységét annál, mintha az F intézmény igazat mondott volna. Az alacsonyabb jegyzés révén az F intézmény kedvezőbb piaci feltételekkel szembesül, kifizetése nagyobb lesz, mivel jogosulatlan versenyelőnyhöz jut a referencia-kamatláb jegyzési szabályainak megsértésével.

A profitabilitási ösztönzőhöz hasonlóan belátható, hogy amennyiben létezne $P = S - \varepsilon$ jegyzés is, ahol $\varepsilon \geq 0$, és P szintén benne van az $[L, V]$ intervallumban, akkor a P jegyzés választása gyengén dominálná az S választását, vagyis F-nek megérné P-t mondani S helyett. Ha feloldanánk a feltételt, és F ismerné L-t, akkor a fentiekhez hasonlóan belátható, hogy L lenne az optimális választás.[7]

A valóságban ez a két ösztönző együttesen volt jelen az intézményeknél. Normál ügyletmenet esetén a manipulációnál elsődlegesen a saját pozíciókból származó ösztönző jelent meg. A globális válság során a forrásköltségek jelentős növekedésével azonban ez a tendencia megfordult, és a manipulációban részt vevő kamatjegyző intézmények egyre gyakrabban választották a jobb kondíció közvetítését az igazmondás vagy a kamatpozíciókon keresztüli profitnövelés helyett.

A fentiek alapján ezen egyszerű példák is mutatják, hogy a Libor-szabályzat pontjainak betartása kiemelt jelentőségű. Akár egyetlen pont figyelmen kívül hagyásával az aktív kamatjegyző intézmény számára rendelkezésre állhat olyan választás, amely dominálja az igazmondást.

A folyamatos manipuláció egyszerűsített megközelítése

A korábban hivatkozott *Haaker* [2013] és *Diehl* [2013] kizárólag egyszeri döntéseket vizsgált, azonban fontos kiemelni, hogy a valóságban – egy időben hosszan elnyúló – többszöri manipuláció történt. Ennek vizsgálatára egy egyszerűsített modell szolgál, amelynek feltételei – egyes esetekben – túlzónak is tűnhetnek, ugyanakkor az egyszerűbb formulák segítik az eredmények könnyebb értelmezését.

Kiindulásként feltesszük, hogy $[L_i, U_i]$ intervallumbeli M_i választásával[8] az F kamatjegyző intézmény a többi kamatjegyző intézmény „valós” választása[9] mellett $\alpha_i^F \geq 0$

[7] Lényegében a *Függelék* 2. ÁLLÍTÁSA megfelelője abban az esetben, amikor a kamatjegyző számára az alacsonyabb referencia-kamatszint kívánatos. Ekkor az állítás bizonyítása analóg módon történik az 1., illetve a 2. ÁLLÍTÁS bizonyításában megadott gondolatmenettel. Jelen tanulmány a részletes bizonyításra nem tér ki, de az állítások kiterjesztése további kutatások tárgyául szolgálnak.

[8] Vagyis a többi piaci szereplő egyszeri döntés esetén valós értéknek véli a „hamis” jegyzést.

[9] Feltételezzük, hogy a többi kamatjegyző intézmény nem manipulál, és a valós referencia értéket jegyzi.

nagyságú többletprofitot[10] ér el az i-edik kereskedési napon. Továbbá feltesszük, hogy ha F folyamatosan manipulálja a referencia-kamatlábat, a kezdeti nulláról minden kereskedési nap $\lambda \geq 0$ értékkel nő annak a valószínűsége, hogy az F jegyzési viselkedése más piaci szereplők számára feltűnik, és vele szemben felügyeleti vizsgálat indul. A legelső nap a vizsgálat valószínűsége nulla, mivel minden szereplő tiszta lappal kezdi meg a tevékenységét. Ha vizsgálat indul F ellen, akkor a manipulatív viselkedésére fény derül, és $B \geq 0$ összegű bírságot kap. Emellett feltesszük, hogy kizárólag csak akkor lehet F esetében manipulációra következtetni, ha legalább egymás után kétszer manipulál, és F elköteleződik a stratégiák mellett, vagyis a folytonos manipulálás befejezése után kizárólag az igazmondást választja.

Az egyszerűség kedvéért feltesszük, hogy a kifizetéseknek nincsen időértékük, vagyis a diszkontkamatláb nulla. Ebben az esetben egyértelmű, hogy F számára addig éri meg manipulálni, míg az adott kereskedési napon a várható kifizetése pozitív (ha n jelöli az egymást követő manipulált kereskedési napok számát)

$$0 \leq \alpha[1-(n-1)\lambda]-(n-1)\lambda B, \tag{1}$$

illetve a manipuláció összes várható többletbevétele meghaladja a bírság B értékét

$$B \leq \sum_{i=1}^{n} \alpha\left[1-(i-1)\lambda\right]-(i-1)\lambda B. \tag{2}$$

Ha a diszkontkamatláb (r) nem nulla, a (2) egyenlet a (3) formát öltené

$$B \leq \sum_{i=1}^{n} \frac{\alpha\left[1-(i-1)\lambda\right]-(i-1)\lambda B}{(1+r)^{i-1}}. \tag{3}$$

A (2)-t kibontva – alkalmazva a véges számtani sorozat összegképletét – n-re, a (4) másodfokú összefüggést kapjuk α, λ és B függvényében

$$0 \leq -\lambda(\alpha+B)n^2+[2\alpha+\lambda(\alpha+B)]n-2B. \tag{4}$$

Alkalmazva a másodfokú egyenlet megoldó képletét az egymást követő manipulált kereskedési napok számára, az (5) adódik:

$$n_{1,2} = \frac{-\left[2\alpha+\lambda(\alpha+B)\right] \pm \sqrt{\left[2\alpha+\lambda(\alpha+B)\right]^2-8\lambda(\alpha+B)B}}{-2\lambda(\alpha+B)}. \tag{5}$$

Mivel α, λ és B nem negatívak, így a (4) egyenlet egy konkáv parabolát ír le. Ebből következően, ha az egyenlőtlenségnek létezik megoldása, akkor a lehetséges n értékek az $[n_1, n_2]$ intervallumban találhatók. Belátható, hogy amennyiben az $[n_1, n_2]$ és a $[2, \infty)$ intervallumok metszete nem üres, akkor F-nek érdemes tartósan manipulálnia a kamatlábat. Ekkor F azon n értéket választja, amely mellett a várható többlet bevételét maximalizálja

[10] Egyszerűsítésként feltesszük, hogy $\alpha_i^F = \alpha^F = \alpha$ minden vizsgált periódusra. A felső index az intézményspecifikusságot mutatja. Mivel a levezetések egy intézményre koncentrálódnak, a könnyebb követhetőség érdekében a felső indexet elhagyjuk. (Ez utóbbi igaz λ-ra is.)

$$\max_n \sum_{i=1}^{n} \alpha\left[1-(i-1)\lambda\right]-(i-1)\lambda B. \tag{6}$$

Minden más esetben kizárólag az első kereskedési napon manipulál az *F* intézmény a referencia-kamatláb jegyzése során. Ekkor ugyan a (2) feltétel nem teljesül, de nulla a manipulálás lelepleződésének kockázata.

A fenti feltételrendszerben α egy intézményspecifikus paraméter, amelynek értéke aktív kamatjegyző intézményenként eltérő lehet. Sem a definícióért felelős szakmai szervezeteknek, sem a felügyelő hatóságoknak nincsen befolyásuk α értékére. A bírság *B* mértékének megállapítása felügyeleti hatáskör. A Libor-botrány körüli tapasztalatok is azt mutatják, hogy a hatóságok a történelem során még nem látott mértékű bírságokat szabtak ki. Az évek során Libor-manipulálással felhalmozódott többletprofitokról azonban nincsen információnk, így a bírságok mértékével sem tudjuk összevetni. A jogszabályi környezet általában kellően rugalmas gigantikus bírságok kiszabására is, ám a gyakorlatban a bírságok szintje felülről korlátosnak tekinthető.[11] Ha feltételezzük, hogy a felügyeleti hatóság a *B* bírságot kellően nagy értéken állapítja meg, akkor a folyamatos manipuláció nem kifizetődő. Nem hagyható azonban figyelmen kívül, hogy még ezen egyszerű modellünkben sem képes egy gigantikus bírság megakadályozni a manipuláció bekövetkeztét. Mivel az intézmény számára mindenképpen megéri a legelső lejátszás során az M_i értéket jelenteni, egy megfelelően nagy *B* bírság csak a további tartós manipulációt akadályozza meg.

A fenti összefüggések további vizsgálatához feltesszük, hogy a *B* bírság az α többletprofit *k*-szorosa ($k > 0$), vagyis $B = k\alpha$. Emellett legyen $\alpha > 0$, vagyis az *F* intézmény legyen képes olyan manipulatív jegyzést adni, melynek révén a referencia-kamatláb értéke a számára kedvező irányban elmozdul. Ekkor az (1) a (7) formára hozható:

$$n \leq 1+\frac{1}{\lambda(k+1)}. \tag{7}$$

A (7) egyenlőtlenségből látható, hogy a folyamatos manipuláció abban az esetben kerülhető el, ha $\lambda(1+k)$ értéke meghaladja az 1-et, vagyis ehhez vagy a lelepleződés valószínűségét kell növelni, vagy a bírság mértékét. Tekintsük most az (5) formulát. A másodfokú egyenletnek, akkor lesznek valós megoldásai, ha a diszkriminánsa nem negatív, vagyis

$$0 \leq [2\alpha+\lambda(\alpha+B)]^2-8\lambda(\alpha+B)B. \tag{8}$$

Amennyiben $B = k\alpha$, a következő adódik α^2-tel való egyszerűsítés után

$$0 \leq [2+\lambda(1+k)]^2-8k\lambda(1+k). \tag{9}$$

Legyen $x = \lambda(1+k)$, ekkor (9) a (10) formába írható:

[11] Egyes országokban a kiszabható bírságok felső határa törvényben rögzített, és a bírság kiszabásánál a hatóságok a pénzügyi rendszer stabilitását is figyelembe veszik. Nem éri meg olyan mértékű bírság kiszabása, amely megroppanthatja a pénzügyi rendszert, hiszen az így keletkező társadalmi károk a manipuláció okozta károknál is jóval nagyobbak lehetnek.

$$0 \leq [2+x]^2 - 8kx, \tag{10}$$

vagyis

$$0 \leq x^2 + (4-8k)x + 4. \tag{11}$$

Könnyen belátható, hogy mivel k szigorúan pozitív, a (11) egyenlőtlenségnek csak abban az esetben nincs megoldása, ha $k > 1$. Minden más esetben (11) a (12) alakra írható:

$$0 \leq (x \pm a)^2 + b, \tag{12}$$

ahol $a \geq 0$ és $b \geq 0$. E feltételek mellett a (12) nyilvánvalóan teljesül, vagyis a (9) diszkrimináns nem negatív. A $k > 1$ esetben a (11) a (13) általános formába írható fel ($0 < c$ és $0 < d$):

$$0 \leq (x-c)^2 - d. \tag{13}$$

Ha $x = c$ lenne, akkor a (13)-nak nem lenne megoldása. Ebben az esetben $x = \lambda(1+k)$ és $c = 4k - 2$ egyenletekből, valamint a $k > 1$ feltételből a $\lambda > 1$ adódik, ami nem lehetséges, mivel λ valószínűséget jelöl. Vagyis nem adható meg egyértelműen olyan univerzális λ érték (értéktartomány), amely bármely k esetén biztosítaná a folyamatos manipuláció elkerülését. A λ és k összefüggnek, a bírság nagysága minden esetben kihat az F intézmény által még elviselhető lelepleződési valószínűségre.

A szakmai szabályozó és a felügyeleti hatóság megfelelő külső és belső kontrollrendszerekkel azonban képes a λ értéket és közvetetten az U_i és az L_i értékeket befolyásolni. A λ növekedésével egy alacsonyabb B bírság esetén is elvetendővé válik a tartós manipuláció F számára. A szigorú kontrollfolyamatokkal ráadásul U_i és L_i érték is közelíthető egymáshoz, így az F intézménynek sokkal kisebb területe marad a manipulációra. Sőt, ha figyelembe vesszük a járulékos hatásokat, az $[L_i, U_i]$ intervallum olyan szűk lehet, hogy az intézménynek már nem éri meg manipulálni.

Nem szabad azonban figyelmen kívül hagyni, hogy a felügyeleti hatóságnak a valóságban nincs pontos információja az α többletprofit értékéről, mivel még a Libor-manipulálás bebizonyosodása után sem vállalkozott senki arra, hogy megmondja, mi lett volna a helyes referenciaérték, mivel igazmondás esetén sem egyetlen adott képlet alapján adódik az intézmény jegyzése. Mindazonáltal a k valós értékére következtethetünk.

*

A BARCLAYS-ESET • A 2014-es Európai Bankhatóság (EBA) stressztesztje alapján a Barclays 2013. évi becsült nettó kereskedési bevétele 7836 millió euró volt.[12] A bank számára az Egyesült Államok felügyeleti hatósága 360 millió dollár (*CFTC* [2012]) és az Egyesült Királyság felügyeleti hatósága 59,5 millió font (*FSA* [2012]) értékű bírságot

[12] *Forrás:* EBA http://www.eba.europa.eu/documents/10180/851773/UK_G5GSEF7VJP5I7OUK5573.pdf.

rótt ki, ami a 2013. december 31-i MNB-középárfolyamok alapján megközelítően 333 millió eurónak felel meg. Amennyiben feltételezzük, hogy a Barclays a kereskedési profitjának felét[13] manipulációval érte el a kereskedési napokon[14] egyenletesen elosztva, akkor a Barclays adataival számolva k értéke:

$$k_{\text{Barclays}} = \frac{333}{\left(\frac{0,5 \times 7836}{250}\right)} = 21,25.$$

Ezt az értéket a (9) képletbe helyettesítve, a másodfokú egyenlet megoldó képlete alapján λ-ra 0,00108-as érték[15] adódik, vagyis az egymást követő második kereskedési napon mindösszesen 0,11 százalék a lebukás valószínűsége. Az optimális manipulációra (7) alapján

$$n \leq 1 + \frac{1}{0,00108 \times (21,25 + 1)} = 42,6$$

kereskedési nap adódik, vagyis 42 kereskedési napon keresztül megérné manipulálni. Egyszerű behelyettesítéssel belátható, hogy a 42. kereskedési napon a (1) feltétel is teljesül. Fontos hangsúlyozni, hogy ez egy nagyon leegyszerűsített számítás, de érdemes belegondolni, hogyan alakulhattak ezen értékek a valóságban, ha a 2011-ben indult vizsgálatok során 2006-os manipulációra is fény derült, ugyanakkor a jegyzésben megtalálható manipulációra utaló jelek még a 2008–2010 közötti időszakban sem ösztönözték a szabályozó hatóságokat a cselekvésre.

Összegzés

A tanulmány egy egyszerű modellel rávilágított a Libor-definícióban rejlő manipulálási ösztönzőkre, amelyek több csatornán keresztül is „hamis” jegyzés megadására sarkallják az intézményeket. Ezen az ösztönzők részben a forint-referenciakamatláb definíciójában is megtalálhatók (bővebben például *Fliszár* [2015]).

A részletesen leírt ismételt döntést vizsgáló modell segítségével láthattuk meg a jegyzési folyamat egy további gyenge pontját. Ez pedig a külső és belső kontrollfolyamatok megfelelősége. Jean Tirole több tanulmányában is foglalkozott szabályozási kérdésekkel. Az itt felvázolt modell nagyfokú hasonlóságot mutat a Tirole által alkalmazott (lásd bővebben *Tirole* [2006]) vagy számos magyar szerző által korábban publikált aszimmetrikus információs modellekkel (például *Bayer* [2012], *Csóka és szerzőtársai* [2013] vagy *Berlinger és szerzőtársai* [2015]). A referencia-kamatlábak jegyzésénél több szempontból is megjelenik az információs aszimmetria. A piaci

[13] A szerző önkényes feltételezése, mindazonáltal érdemes belegondolni ennek hatalmas súlyába, vagyis abba, hogy akár 100 milliós nagyságrendről is szó lehetett. A manipulációs nyereség mértékére vonatkozó hivatalos becsléseket azonban nem publikálták.

[14] Az év során 250 kereskedési napot feltételezve.

[15] A megoldó képletből két valós gyök adódik. A másik megoldás nagyobb, mint egy, így esetünkben nem értelmezhető, mivel egy valószínűségnek a kritikus értékét keressük.

szereplőket megvezetheti a kamatjegyző, mivel azok nincsenek pontosan tisztában a kamatjegyző piaci kondíciójával, így egy téves jelzést tud küldeni. Ugyanakkor a szabályozó hatóságok sincsenek minden információ birtokában, és nekik érdekük, hogy a piacon egyik fajta manipuláció se következzen be (profitabilitás, az intézmény pozíciójának téves jelzése). A megfelelő kontroll- és monitoringfolyamatok segíthetnek a szereplőknek az aszimmetrikus információs helyzet feloldására. Ezt szemlélteti részletesen az ismétléses modell is, melyben az (1) egyenletre mint ösztönzési, a (2) egyenletre mint részvételi korlátra tekinthetünk.

A bevezetőben hivatkozott, a Libor-botrányra válaszként megalkotott szabályozói iránymutatások legfontosabb eleme szintén a külső és belső folyamatok erősítése. Erre szolgál a Libor esetében a szabályozó hatóságok bevonása a jegyzési folyamatba, a négyszem-elv hangsúlyozása, a kockázatkezelési területeken előírt napi szintű monitoringfolyamat, illetve a rendszeres felügyeleti kvantitatív és kvalitatív jellegű vizsgálatok. Ez utóbbinál több elemzés is megmutatta, hogy sok gyenge pont már egyszerű statisztikai módszerekkel is feltárható (például *Fliszár* [2013]). Emellett a szabályozók az ösztönzési csatornák szűkítésére is törekednek, hiszen a jegyzések publikálásának részletes szabályozásával próbálják csökkenteni a „hamis" jegyzéssel elérhető piaci előnyök mértékét.

Várhatóan – az itt tárgyalt modell által is megvilágított – kulcspontok meg fognak jelenni a további piaci referenciaértékekre vonatkozó szabályozási dokumentumokban. Ugyanakkor a kapott eredmények azt is előrevetítik, hogy a témával foglalkozó szakemberek munkája itt nem ér véget, hiszen csak a kontrollfolyamatok folyamatos fejlesztésével érhető el, hogy a példában is használt $[L_i, U_i]$ intervallum mindig megfelelően szűk legyen, és ne kezdjen újra tágulni. Ezek a fejlesztések pedig további publikációk, tudományos vita alapjául szolgálhatnak.

Hivatkozások

Bayer Péter [2012]: Véleményrangsorok alkalmazása pénzügyi szituációkban. Szigma, 43. évf. 3–4. sz. 109–123. o.

Berlinger Edina–Juhász Péter–Lovas Anita [2015]: Az állami támogatás hatása a projektfinanszírozásra erkölcsi kockázat és pozitív externáliák mellett. Szerződéselméleti megközelítés. Közgazdasági Szemle, 62. évf. 2. sz. 139–171. o.

CFTC [2012]: CFTC Orders Barclays to pay $200 Million Penalty for Attempted Manipulation of and False Reporting concerning LIBOR and Euribor Benchmark Interest Rates. Commodity Futures Trading Commission, június 27. http://www.cftc.gov/PressRoom/PressReleases/pr6289-12.

Csizmadia Péter [2013]: A LIBOR és a BUBOR rendszerének összehasonlítása a Wheatley Review alapján. Hitelintézeti Szemle, 12. évf. 2. sz. 103–119. o.

Csóka Péter–Havran Dániel–Szűcs Nóra [2013]: Corporate financing under moral hazard and the default risk of buyers. Central European Journal of Operational Research, 22. 1–16. o. http://dx.doi.org/10.1007/s10100-013-0319-2.

Diehl, C. [2013]: The LIBOR mechanism and Related Games. Institute of Mathematical Economics Working Paper, No. 482. http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.2289992.

EBA–ESMA [2012]: ESMA and the EBA take action to strengthen Euribor and benchmark rate-setting processes. European Banking Authority–European Securities And Markets Authority, http://www.esma.europa.eu/news/ESMA-and-EBA-take-action-strengthen-Euribor-and-benchmark-rate-setting-processes.

Erhart Szilárd–Ligeti Imre–Molnár Zoltán [2013]: A LIBOR-átvilágítás okai és hatásai a nemzetközi bankközi referenciakamat jegyzésekre. MNB-szemle, január, https://www.mnb.hu/letoltes/erhart-ligeti-molnar-1.pdf.

Erhart Szilárd–Mátrai Róbert [2015]: A jegybank által vezérelt BUBOR-reformok legfontosabb lépései nemzetközi összehasonlításban. Hitelintézeti Szemle, 14. évf. 1. sz. 139–165. o.

Fliszár Vilmos [2013]: A BUBOR-hoz köthető állományok és a BUBOR-jegyzések részletes statisztikai elemzése. Pénzügyi Szervezetek Állami Felügyelete, február, http://alk.mnb.hu/data/cms2384951/BUBOR_allomanyok_jegyzesek.pdf.

Fliszár Vilmos [2015]: A BUBOR-piac kiszáradásának jelei, avagy mi olvasható ki a 2006 és 2012 közötti BUBOR-jegyzésekből. Statisztikai Szemle, 93. évf. 3. sz. 243–259.o.

FSA (FINANCIAL SERVICES AUTHORITY) [2012]: Barclays Fined £59.5 Million for Significant Failings in Relation to LIBOR and EURIBOR. http://www.fsa.gov.uk/library/communication/pr/2012/070.shtml.

FSA [2012]: The Wheatley Review of LIBOR. Final Report, Financial Services Authority, https://www.gov.uk/government/uploads/system/uploads/attachment_data/file/191762/wheatley_review_libor_finalreport_280912.pdf.

FSB [2014]: Reforming Major Interest Rate Benchmarks. Financial Stability Board, július 22. http://www.financialstabilityboard.org/wp-content/uploads/r_140722.pdf?page_moved=1.

GFMA [2012]: Principles for financial benchmarks. Global Financial Market Association http://www.gfma.org/correspondence/item.aspx?id=350.

Haaker, A. [2013]: To manipulate or not to manipulate. A short comment on the game of interest rate manipulation. International Journal of Economics, Finance and Management Sciences, Vol. 1. No. 1. 21–24. o. http://dx.doi.org/10.11648/j.ijefm.20130101.13.

Horváth Dániel–Makay Eszter [2015]: A bankközi referenciakamatok meghatározásának elemzési módszertana. Nemzetközi trendek és a 2014-re vonatkozó, első hazai éves statisztikai vizsgálat eredményei. Hitelintézeti Szemle, 14. évf. 2. sz. 62–87. o.

IBA [2015]: ICE LIBOR. Intercontinental Exchange Benchmark Administration honlapja, https://www.theice.com/iba/libor.

IOSCO [2013]: Consultation Report on Financial Benchmarks. International Organization of Securities Commissions, http://www.iosco.org/library/pubdocs/pdf/IOSCOPD399.pdf.

Jones, H. [2014]: G20 watchdog orders Libor alternatives by 2016 in benchmark reform. Reuters, július 22. http://www.reuters.com/article/2014/07/22/us-g20-libor-reform-idUSKBN0FR1I820140722.

PSZÁF [2013]: Felügyeleti javaslatok a budapesti bankközi kamatláb szabályozására és ellenőrzésére. Sajtóközlemény, Pénzügyi Szervezetek Állami Felügyelete, http://www.mnb.hu/felugyelet/felugyeleti-keretrendszer/felugyeleti-hirek/archiv-hirek/sajtokozlemeny-felugyeleti-javaslatok-a-budapesti-bankkozi-kamatlab-szabalyozasara-es-ellenorzesere.

Tirole, J. [2006]: The Theory of Corporate Finance. Princeton University Press, Princeton, NJ.

Függelék

1. ÁLLÍTÁS • *Ha eltekintünk a kooperáció lehetőségétől, és minden szereplő a döntésénél a saját piaci pozícióiból indulna ki, akkor minden szereplő manipulálna, vagyis senki sem mondana igazat.*

BIZONYÍTÁS • A tanulmányban bemutatott modell analógiáját felhasználva, tekintsük az F intézményt. Tegyük fel, hogy F-nek nagyobb profitot hoz – a saját kamatpozícióit figyelembe véve –, ha magasabb a rögzített referencia-kamatláb. Továbbá tegyük fel, hogy F két értékből választhat: V valós, illetve $M = V + \beta$, manipulált, ahol $\beta > 0$. A jegyzést $n \geq 1$ számú intézmény végzi (a jegyzések: $r_1 \leq \ldots \leq r_n$), a referencia-kamatláb értékének meghatározása során a jegyzések alsó, illetve felső 25 százalékát lenyesik, a referencia-kamatláb aktuális értéke a többi jegyzés egyszerű számtani átlagaként adódik. Jelölje $n/4$ egész részét b. Ekkor a napi referencia-kamatláb (R)

$$R = \frac{\sum_{i=b+1}^{n-b} r_i}{n-2b}. \qquad (F1)$$

Ekkor V-re teljesülhetnek a következők:

a) $V \in \{r_1, \ldots, r_b\}$,
b) $V \in \{r_{b+1}, \ldots, r_{n-b}\}$,
c) $V \in \{r_{n-b+1}, \ldots, r_n\}$.

Legyen az F intézmény V választása esetén $v = r_{b+1}$ és $w = r_{n-b+1}$.

Amennyiben F intézmény V helyett $M = V + \beta$ értéket jegyez, és

a) ha $V \in \{r_1, \ldots, r_b\}$, akkor $M \in \{r_1, \ldots, r_b\}$ vagy $M \in \{r_{b+1}, \ldots, r_{n-b}\}$, vagy $M \in \{r_{n-b+1}, \ldots, r_n\}$, és

• ha $M \in \{r_1, \ldots, r_b\}$, akkor M jegyzést V-hez hasonlóan lenyesik, így R értéke változatlan,

• ha $M \in \{r_{b+1}, \ldots, r_{n-b}\}$, akkor $v = V + \gamma$, ahol $\gamma \geq 0$ és $M = v + \beta - \gamma$, ahol $\beta - \gamma \geq 0$, ekkor az M választása melletti referencia-kamatláb:

$$\hat{R} = \frac{\sum_{i=b+1}^{n-b} r_i + \beta - \gamma}{n-2b} = R + \frac{\beta - \gamma}{n-2b},$$

mivel $\beta - \gamma \geq 0$, nyilvánvaló, hogy M választása nem eredményez rosszabb kimenetet F számára,

• ha $M \in \{r_{n-b+1}, \ldots, r_n\}$, akkor a V jegyzés esetén adódó más intézmény által adott $w = r_{n-b}$ jegyzést nem nyesik le. Mivel V jegyzése esetén w-t felülről lenyesik, $w = V + \delta$, ahol $\delta \geq 0$ és $M = v + \beta - \delta$, ahol $\beta - \delta \geq 0$, ekkor az M választása melletti referencia-kamatláb

$$\hat{R} = \frac{\sum_{i=b+1}^{n-b} r_i + \beta - \delta}{n-2b} = R + \frac{\beta - \delta}{n-2b},$$

mivel $\beta - \delta \geq 0$ nyilvánvaló, hogy M választása nem rosszabb F számára V választásánál;

b) ha $V \in \{r_{b+1}, \ldots, r_{n-b}\}$, akkor $M \in \{r_{b+1}, \ldots, r_{n-b}\}$, vagy $M \in \{r_{n-b+1}, \ldots, r_n\}$,

• ha $M \in \{r_{b+1}, \ldots, r_{n-b}\}$, akkor

$$\hat{R} = \frac{\sum_{i=b+1}^{n-b} r_i + \beta}{n-2b} = R + \frac{\beta}{n-2b},$$

mivel $\beta > 0$ nyilvánvaló, hogy $\hat{R} > R$, vagyis az F intézmény jobban jár M jegyzésével,

• ha $M \in \{r_{n-b+1}, \ldots, r_n\}$, mivel V jegyzése esetén w-t lenyesik, $w = V + \delta$, ahol $\delta \geq 0$. M választásával azonban w bennmarad az átlagolásban, így a rögzített referenciaérték

$$\hat{R} = \frac{\sum_{i=b+1}^{n-b} r_i + \delta}{n-2b},$$

mivel $\delta \geq 0$, nyilvánvalóan $\hat{R} \geq R$;

c) ha $V \in \{r_{n-b+1}, \ldots, r_n\}$, akkor nyilvánvaló, hogy $M \in \{r_{n-b+1}, \ldots, r_n\}$, vagyis M jegyzést V-hez hasonlóan lenyesik, így R értéke változatlan.

Látható, hogy nincs olyan eset, amelyben F rosszabbul járna M választásával, sőt van olyan, amikor szigorúan jobban járna. Ebből következően bármit is jelent a többi kamatjegyző, megéri M-et választani. Mivel a többi szereplő esetén is levezethető a fenti gondolatmenet, a jegyzésnél minden szereplő számára kifizetődőbb a manipuláció választása.

2. ÁLLÍTÁS • *Amennyiben létezne $N = M + \varepsilon$ jegyzés, ahol $\varepsilon \geq 0$, és N szintén benne van a $[V, U]$ intervallumban, akkor N jegyzés választása gyengén dominálná M választását, vagyis F nem járna rosszabbul, ha N-et mond M helyett. Ha feloldanánk a feltevést, és F ismerné az U-t, akkor a fentiekhez hasonlóan belátható, hogy U lenne az optimális választás.*

BIZONYÍTÁS • Tegyük fel, hogy létezik ilyen $N = M + \varepsilon$ jegyzés, amely benne van $[V, U]$ intervallumban. Azt a korábbi feltevésekből tudjuk, hogy F számára a nagyobb referencia-kamatláb nagyobb kifizetést eredményez. Ekkor az első állítás bizonyításánál gyakorlatilag azt is beláttuk, hogy egy adott jegyzésnél nagyobb érték jegyzése nem vezethet rosszabb kimenethez F számára. Ha az ottani gondolatmenetbe V helyett M-et és M helyett N-et helyettesítünk, megkapjuk az állítás első felét.

Amennyiben U ismert, akkor nyilvánvaló, hogy U a legnagyobb olyan érték, amelyet megéri az F intézménynek lebukás nélkül választania. Az első állítás gondolatmenete alapján U a $[V, U]$ intervallum bármely más eleménél nem rosszabb választás, viszont bármely más elem választása rosszabb kimenethez vezethet, mint U választása, vagyis ha U ismert, akkor az optimális jegyzés U.